

تحلیل عددی شبکه هیدروگرافی تیپ‌های ژئومورفولوژی دشت‌سرهای مناطق بیابانی با به کارگیری هندسه فرکتال (مطالعه موردی: دشت یزد- اردکان)

ودیعہ برزگری^۱، محمد زارع^{۲*}، محمدرضا اختصاصی^۳، مهدی فاتحی نیا^۴

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۷/۳۰

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۱/۲۷

چکیده

تجزیه و تحلیل کمی تیپ‌های اراضی و رخساره‌های ژئومورفیک، در مطالعات ژئومورفولوژی و منابع طبیعی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در پژوهش حاضر، ویژگی‌های کمی سه تیپ اراضی شامل دشت‌سر لخت، دشت‌سر اپانداژ و دشت‌سر پوشیده در دشت یزد- اردکان، مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. هدف اصلی این پژوهش، تبیین ارتباط میان این لندفرم‌ها با هندسه و تراکم شبکه هیدروگرافی منطقه است. از مجموعه داده‌ها و ابزارهای متنوعی شامل تصاویر Google Earth، مدل رقومی ارتفاع حاصل از سنجنده ALOS PALSAR و نرم‌افزارهای تخصصی نظیر ArcGIS Pro، ArcGIS و Fractalys استفاده گردید. نخست، با انجام محاسبات بر روی نمونه‌های تصادفی با مساحت‌های ۱، ۴، ۹، ۱۶ و ۶۴ کیلومتر مربع و نتایج تحلیل داده‌ها در نرم‌افزار Fractalys با استفاده از روش شمارش جعبه‌ای و مقایسه واریانس‌ها، مساحت ۹ کیلومتر مربع به‌عنوان ابعاد بهینه پلات نمونه‌برداری برای محاسبه بُعد فرکتال شبکه هیدروگرافی در تیپ‌های دشت‌سر مورد مطالعه تعیین گردید. تحلیل نمودار انحراف معیار ابعاد فرکتال محاسبه‌شده نشان داد که تعداد بهینه پلات برای دشت‌سر لخت، اپانداژ و پوشیده به ترتیب ۱۵، ۱۷ و ۱۸ نمونه است. به‌منظور اعتبارسنجی، مقادیر بُعد فرکتال ۱۰ پلات برآوردی با مقادیر مشاهده‌ای در هر تیپ دشت‌سر، با مساحت ۹ کیلومتر مربع مقایسه گردید. نتایج این پژوهش، در حوزه‌های بنیادی علم ژئومورفولوژی کمی، مدیریت پایدار سرزمین، کاربری اراضی، تحلیل فرآیندهای محیطی، جداسازی تیپ‌های ژئومورفولوژیک دشت‌سر قابل استفاده است. پیشنهاد می‌شود ارتباط بین مقدار بُعد فرکتال در هر دشت‌سر را با پارامترهای هیدرولوژیکی در سایر دشت‌های ایران مرکزی بررسی شود.

واژگان کلیدی: تکنیک بُعد فرکتال، دشت‌سر، شبکه هیدروگرافی، مدل رقومی ارتفاع، مناطق خشک.

۱. دانشجوی دکتری مدیریت و کنترل بیابان، دانشگاه یزد، vadieh88barzegari@gmail.com

۲. *دانشیار گروه مدیریت مناطق بیابانی، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه یزد، mzernani@yazd.ac.ir

۳. استاد گروه مدیریت آبخیزداری، دانشکده منابع طبیعی، دانشگاه یزد، mr_ekhtesasi@yazd.ac.ir

۴. دانشیار گروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه یزد، fatehiniam@yazd.ac.ir

مقدمه

در این تیپ، رسوب‌گذاری ماسه‌ها به شکل تپه ماسه‌ای و ارگ^۳ دیده می‌شود.

برای تعیین موقعیت مکانی هر نوع دشت‌سر، روش‌های گوناگونی نظیر بازدید میدانی، تفکیک بصری و تعیین مرزها با استفاده از نرم‌افزار گوگل ارث^۴ وجود دارد. در پژوهش حاضر از تکنیک نوین فرکتال که مبتنی بر هندسه فرکتال است، بهره گرفته می‌شود.

نظریه آشوب بر این اصل استوار است که سیستم‌های قطعی^۵ می‌توانند رفتاری ظاهراً تصادفی و پیش‌بینی‌ناپذیر از خود بروز دهند. در واقع، در یک سیستم آشوبی، نظم و بی‌نظمی درهم‌تنیده‌اند؛ این سیستم‌ها از قوانین کاملاً مشخصی پیروی می‌کنند (نظم)، اما به دلیل حساسیت شدید به شرایط اولیه، رفتار بلندمدت آن‌ها غیرقابل پیش‌بینی به نظر می‌رسد (بی‌نظمی). این مفهوم بنیادین، نخستین بار توسط هانری پوانکاره^۶، ریاضی‌دان برجسته فرانسوی در حین مطالعات وی بر روی پایداری سیستم‌های دینامیکی سماوی شناسایی شد (کرم، ۲۰۱۰). براساس دیدگاه وی، این نظریه دارای دو جز است: ۱) هر سیستمی هرچقدر که پیچیده باشد، براساس یک نظم پایه است و ۲) اتفاقات ساده و حتی بسیار کوچک می‌توانند باعث نتایج بسیار پیچیده شوند (موسسه همراهان هم‌افزای هوشمند سلامت: برند آی هوش)^۷. سپس ادوارد لورنز^۸ در سال ۱۹۶۵ اولین بار نظریه آشوب را در مدل‌سازی تغییرات جوی به کار برد که به اثر پروانه‌ای مشهور شد. در ادامه بنوئیت مندلبروت^۹ در سال ۱۹۶۷ این تئوری را تشریح و تکمیل نمودند (کرم، ۲۰۱۰).

در دهه‌های اخیر، اصول نظریه آشوب به یک چارچوب تحلیلی قدرتمند برای مطالعه سیستم‌های دینامیکی غیرخطی تبدیل شده است. در نتیجه، کاربرد این نظریه از حوزه‌های اولیه خود در ریاضیات و فیزیک فراتر رفته و امروزه در

مدیریت و آمایش سرزمین، مبتنی بر واحدهای ژئومورفولوژیکی نظیر دشت‌سرها است. از این رو، تحلیل اشکال زمین^۱ در مطالعات منابع طبیعی از اهمیت بسزایی برخوردار است. از دیدگاه ژئومورفولوژی، ناهمواری‌های زمین به سه واحد اصلی طبقه‌بندی می‌شوند: کوهستان، دشت (شامل دشت‌سرها) و کویر. واحد دشت‌سر نیز به نوبه خود به سه تیپ اصلی تقسیم می‌شود: دشت‌سر لخت (فرسایشی)، دشت‌سر اپانداژ (نهشتی) و دشت‌سر پوشیده.

دشت‌سر لخت در مجاورت واحد کوهستان قرار دارد و به دشت‌سر اپانداژ منتهی می‌شود. در این واحد، رسوبات ریزدانه شسته شده و به سمت واحدهای پایین‌دست (انواع دیگر دشت‌سر) منتقل می‌گردند. گرادیان (شیب) این واحد ژئومورفولوژیکی نسبت به دو نوع دیگر بیشتر است. مهم‌ترین رخساره‌های این واحد شامل مخروط‌افکنه‌ها، اینسلیبرگ‌ها (قله منفرد) و اشکال حاصل از فرسایش آبراه‌ای است (اختصاصی، ۲۰۱۰؛ زارع و همکاران، ۲۰۱۹). نوع دوم دشت‌سر، دشت‌سر اپانداژ است که در آن ضخامت خاک و رسوبات از دشت‌سر لخت بیشتر، اما از دشت‌سر پوشیده کمتر است. رسوبات سطحی این واحد دارای بافت متوسط‌دانه بوده و به همین دلیل، باد توانایی جابه‌جایی آن‌ها را ندارد. این فرآیند موجب می‌شود که ذرات درشت‌دانه (سنگ‌ریزه‌ها) در سطح باقی‌مانده و ساختاری موسوم به سنگ‌فرش بیابانی^۲ را تشکیل دهند. پوشش گیاهی در این نوع دشت‌سر، عمدتاً در بستر اوئدها (آبراه‌های فصلی) متمرکز است (اختصاصی، ۲۰۱۰؛ حنیفه‌پور و همکاران، ۲۰۲۲).

آخرین نوع دشت‌سر، «دشت‌سر پوشیده» نام دارد که در نزدیکی کویر قرار گرفته است. رسوبات و خاک‌های دانه‌ریز در این دشت‌سر نسبت به دو تیپ دیگر، بیشتر است. گاهی

3. Erg
4. Google Earth
5. Deterministic
6. Henri Poincare
7. Ihoosh
8. Edward Lawrence
9. Benoit Mandelbrot

1. Landforms
2. Reg

براساس تحلیل‌های بُعد فرکتال، رفتار یک پدیده یا سیستم را می‌توان در سه وضعیت متمایز طبقه‌بندی کرد (نظری صارم و همکاران، ۲۰۲۰):

(۱) حالت زمینه^۴: این حالت به وضعیتی اطلاق می‌شود که در آن، مقادیر بُعد فرکتال یک پدیده از توزیعی همگن و پایدار پیروی می‌کنند. در این وضعیت، واریانس داده‌ها پایین بوده و مقادیر بُعد فرکتال در یک جامعه آماری به یکدیگر نزدیک هستند.

(۲) نقطه آستانه^۵: این نقطه به اولین داده‌ای در یک سری اطلاق می‌شود که مقدار بُعد فرکتال آن دچار یک تغییر ناگهانی و معنادار شده و از میانگین مقادیر پیشین خود به‌طور قابل‌توجهی فاصله می‌گیرد. این نقطه، مرز گذار از حالت زمینه به یک حالت جدید را مشخص می‌کند.

(۳) حالت ناهمگن^۶: این حالت به جامعه آماری داده‌هایی گفته می‌شود که پس از عبور از نقطه آستانه قرار دارند. در این وضعیت، مقادیر بُعد فرکتال با حالت زمینه تفاوت معناداری داشته و غالباً از مقدار مشاهده‌شده در نقطه آستانه نیز فراتر می‌روند که نشان‌دهنده پیچیدگی یا دینامیک متفاوتی در سیستم است.

کاربرد هندسه فرکتال در علوم زمین، چارچوبی قدرتمند برای تحلیل کمی پدیده‌های پیچیده فراهم آورده است. در همین راستا، برس‌لین و بلوارد (۱۹۹۹) ضمن تأکید بر قابلیت تحلیل سیستم‌های طبیعی با این رویکرد، روش شمارش جعبه‌ای را به‌عنوان یک روش دقیق برای ارزیابی سری‌های زمانی معرفی کردند. این روش بعدها در حوزه‌های مختلف ژئومورفولوژی به کار گرفته شد؛ به‌عنوان مثال، شن^۷ و همکاران در سال ۲۰۰۲، با استفاده از آن نشان دادند که بُعد فرکتال شبکه‌های گسلی در مجاورت مرزهای ساختاری (زمین‌شناختی) تغییر می‌کند که می‌تواند نشانگر تغییر در رژیم تکتونیکی باشد. در حوزه هیدرومورفولوژی نیز، اصغری سراسکانرود و زینالی (۲۰۱۶) با تحلیل رودخانه گرمی‌چای، بُعد فرکتال را به‌عنوان یک شاخص مؤثر برای

گستره وسیعی از رشته‌های علمی از جمله هواشناسی، ژئومورفولوژی، زیست‌شناسی، هیدرولوژی و اقتصاد به کار گرفته می‌شود.

فرکتال^۱ به ساختار هندسی اطلاق می‌شود که مشخصه اصلی آن، خودمتمابهی^۲ در مقیاس‌های مختلف است. این ویژگی بدین معناست که اجزای یک ساختار فرکتال، نسخه‌های کوچک‌تری از کل آن ساختار هستند. این تکرار الگو در مقیاس‌های نزولی، منجر به ایجاد اشکالی با پیچیدگی ظاهری بالا و جزئیات نامحدود می‌شود. این الگوهای ریاضی در سیستم‌های طبیعی به‌وفور قابل‌مشاهده‌اند؛ نمونه‌های برجسته آن شامل ساختار انشعابی درختان و رگ‌های خونی، خطوط ساحلی، رشته‌کوه‌ها، بلورهای برف و شبکه‌های هیدروگرافیک (مانند رودخانه‌ها و آبراه‌ها) و بستر ریپل‌ها و پهنه‌های ماسه‌ای است (کرم، ۲۰۱۰).

بنوئیت مندلبروت با ابداع واژه «فرکتال»، برگرفته از کلمه لاتین Fractus به معنای «شکسته» یا «نامنظم»، مبانی هندسه جدیدی را برای توصیف پیچیدگی‌های طبیعت پایه‌گذاری کرد (مندلبروت، ۱۹۶۷؛ مندلبروت، ۱۹۷۷؛ مندلبروت، ۱۹۸۳). اساس این هندسه، مطالعه اشکال و پدیده‌هایی است که دارای ویژگی خودمتمابهی هستند؛ به این معنا که الگوی کلی آن‌ها در مقیاس‌های کوچک‌تر نیز تکرار می‌شود (قدم‌پور و طالب‌بیدختی، ۲۰۱۱).

بُعد فرکتالی برخلاف بُعد اقلیدسی، لزوماً یک عدد صحیح نیست. درحالی‌که در هندسه کلاسیک، بُعد خط (۱)، صفحه (۲) و فضا (۳) مقادیری صحیح هستند، بُعد یک ساختار فرکتال می‌تواند مقداری کسری، مانند ۱/۵، اختیار کند. این مقدار بیانگر آن است که چنین شکلی از یک خط (با بُعد ۱) پیچیده‌تر بوده و فضای بیشتری را اشغال می‌کند، اما به پیچیدگی یک صفحه کامل (با بُعد ۲) نمی‌رسد (فرزاسی، ۲۰۱۹؛ برس‌لین و بلوارد^۳، ۱۹۹۹؛ علمی‌زاده و همکاران، ۲۰۱۴).

4. Background State
5. Threshold Point
6. Heterogeneous State
7. Shen

1. Fractal
2. Self-similarity
3. Breslin M.C. & Belward, J.A.

کامیاب، ۲۰۱۸؛ علیمرادی و همکاران، ۲۰۱۹؛ فتاحی و طالب زاده، ۲۰۱۷؛ رضایی مقدم و همکاران، ۲۰۱۲؛ برزگری و همکاران، ۲۰۱۹؛ نیکورا و ساپوزنیکو، ۱۹۹۳؛ تاربتون^۵، ۱۹۹۶؛ آلن و همکاران^۶، (۱۹۹۵).

پژوهش حاضر به ارزیابی کمی و مقایسه‌ای پیچیدگی ساختاری شبکه هیدروگرافی در تیپ‌های مختلف لندفرم دشت سر^۷ در دشت یزد- اردکان با بهره‌گیری از ابزار تحلیل فرکتال می‌پردازد. هدف آن است تا ارتباط میان مورفولوژی این لندفرم‌ها و بُعد فرکتال شبکه‌های زهکشی مرتبط با آن‌ها تبیین گردد.

مواد و روش‌ها

منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه، بخشی از دشت یزد- اردکان به مساحت ۱۴۴۱/۹۱ کیلومترمربع است که بین شهرهای یزد، اشکذر، خضرآباد و تفت واقع شده است. این محدوده از نظر مختصات جغرافیایی (زون ۴۰ شمالی) بین طول جغرافیایی ۵۵° ۰۲' ۵۴ تا ۵۱° ۳۰' ۵۴ شرقی و عرض جغرافیایی ۴۸° ۳۹' ۳۱ تا ۲۹° ۰۱' ۳۲ شمالی قرار دارد (شکل ۱).

برای استخراج متغیرهای ژئومورفومتریک، از مدل رقمی ارتفاع (DEM) با قدرت تفکیک مکانی ۱۲/۵ متر، حاصل از سنجنده ALOS PALSAR، استفاده شد. داده‌های مذکور از طریق پورتال Earth data Search سازمان ناسا (earthdata.nasa.gov) تهیه گردید.

ارزیابی کمی مورفولوژی و پیچیدگی کانال‌های پیچان‌رودی معرفی نمودند. این مطالعات مؤید آن است که تحلیل فرکتال می‌تواند به درک الگوهای ساختاری و دینامیکی سیستم‌های ژئومورفیک کمک شایانی نماید.

در پژوهشی، مرادی و همکاران (۲۰۱۷) با تحلیل تصاویر ۵۶ نمونه سنگ‌ریزه از دشت سرلخت و با بهره‌گیری از نرم‌افزار Fractalys، به محاسبه بُعد فرکتال این ذرات پرداختند. در حوزه زمین‌شناسی، علیمرادی و همکاران (۲۰۱۸) با استفاده از تصاویر Google Earth و مدل رقمی ارتفاع^۱ با قدرت تفکیک ۵۰ متر، ارتباط میان بُعد فرکتال شش سازند زمین‌شناختی در منطقه ایلام و حساسیت آن‌ها به فرسایش را ارزیابی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که میان بُعد فرکتال و نوع سازند ارتباط مستقیمی وجود دارد. در تحقیقی مشابه، محمدی و همکاران (۲۰۱۸) کارایی بُعد فرکتال را در تفکیک سازندهای کهر، آهک تفت و گرانیت براساس میزان فرسایش‌پذیری آن‌ها بررسی نمودند و به کارایی تفکیک‌پذیری ۷۰ تا ۹۰ درصدی دست یافتند. کاربرد این رویکرد به علوم زمین محدود نبوده و در مهندسی مواد نیز مورد توجه قرار گرفته است؛ چنانکه عبدالجلیل^۲ و یوسفی (۲۰۲۰) نشان دادند که تحلیل بُعد فرکتال، روشی مؤثر برای شناسایی و تحلیل گرانولومتری ذرات پیش از ترکیب بتن محسوب می‌شود. بعد فرکتال شبکه‌ی هیدروگرافی می‌تواند شاخصی حساس برای تمایز سازندهای سنگی با مقاومت متفاوت در برابر فرسایش باشد؛ به‌طوری‌که سازندهای سست‌تر، بعد فرکتال بالاتری نشان داده‌اند (محمدی و همکاران، ۲۰۲۴).

شبکه‌های هیدروگرافی در محیط‌های فرسایشی‌تر و یا تحت تأثیر تکتونیک فعال، از لحاظ هندسه‌ی فرکتال پیچیده‌تر هستند (نیری و همکاران، ۲۰۲۵؛ دانگ^۳ و همکاران، ۲۰۲۴). پژوهش‌ها و مطالعات متعددی در زمینه هندسه فرکتال رودخانه‌ها و شبکه‌های هیدروگرافی و حوزه‌های آبخیز صورت گرفته است (محمدی و همکاران، ۲۰۲۱؛ فتاحی و

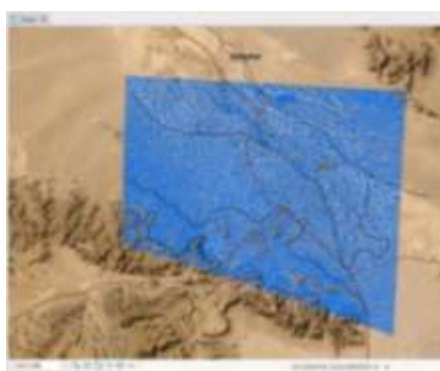
4. Nikora and Sapozhnikov
5. Tarboton
6. Allen and et al,
7 Pediment

1. DEM
2. Abdeldjalil
3. Dong et al,

در آخر مقدار آستانه ۱۰۰ به‌عنوان بهینه‌ترین عدد انتخاب شد، زیرا بهترین تطابق را با آبراه‌های واقعی نشان داد. مقادیر کمتر از ۱۰۰ علی‌رغم تولید شبکه‌های متراکم‌تر به دلیل حجم بالای محاسبات و ایجاد خطاهای پردازشی در نرم‌افزار، کنار گذاشته شدند.



الف



ب

شکل (۲): اعتبارسنجی بصری شبکه هیدروگرافی استخراج‌شده از DEM، از طریق انطباق آن با تصاویر ماهواره‌ای (Google Earth الف) نمای نزدیک برای ارزیابی تطابق آبراه‌های منفرد، (ب) نمای کلی برای بررسی الگوی شبکه.

Figure (2): Visual validation of the hydrographic network extracted from the DEM by comparing it with Google Earth satellite images. (a) Close-up view for assessing the alignment of individual streams; (b) overview for evaluating the overall drainage network pattern.

به‌منظور تعیین ابعاد بهینه پلات نمونه‌برداری، ابتدا یک شبکه نمونه‌برداری با سلول‌های مربعی در ابعاد مختلف بر روی کل منطقه ایجاد گردید. ابعاد این پلات‌ها شامل مربع‌هایی با طول ضلع ۱، ۲، ۳، ۴ و ۸ کیلومتر (معادل مساحت‌های ۱، ۴، ۹، ۱۶ و ۶۴ کیلومترمربع) بود. سپس از هراندازه پلات، نمونه‌هایی به‌صورت تصادفی انتخاب و شبکه هیدروگرافی موجود در محدوده آن‌ها با استفاده از ابزار Clip استخراج شد. داده‌های حاصل در مقیاس ۱:۵۰,۰۰۰ برای تحلیل آماده‌سازی شدند.



الف



ب

شکل (۱): (الف) موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه در دشت یزد- اردکان. (ب) در این شکل، مرز کوهستان و پراکنندگی مکانی سه تیپ دشت‌سر نمایش داده شده است.

Figure (1): (a) Geographic location of the study area within the Yazd-Ardakan Plain, (b) illustrating the delineation of the mountainous boundary and the spatial distribution of the three pediment types.

روش پژوهش

ابتدا مدل رقومی ارتفاع (DEM) منطقه مورد مطالعه با استفاده از ابزار Clip در نرم‌افزار ArcGIS استخراج شد. سپس با اجرای زنجیره‌ای از ابزارهای هیدروولوژی شامل Fill، Flow Direction و Flow Accumulation مدل تراکم جریان تهیه گردید.

برای تعریف شبکه آبراه‌ها، یک مقدار آستانه^۱ بر روی خروجی Flow Accumulation اعمال شد. این آستانه حداقل تعداد پیکسل‌های بالادست لازم برای تشکیل یک آبراه را مشخص می‌کند. با توجه به توپوگرافی ملایم دشت‌سرها که نیازمند جزئیات بیشتری نسبت به مناطق کوهستانی (با آستانه‌های رایج ۱۰۰۰ یا ۲۰۰۰) است، مقادیر مختلفی به‌صورت آزمون‌وخطا ارزیابی شد. هر خروجی با انطباق بر روی تصاویر ماهواره‌ای Google Earth در نرم‌افزار ArcGIS Pro مورد اعتبارسنجی بصری^۲ قرار گرفت.

1. Threshold
2. Visual Validation

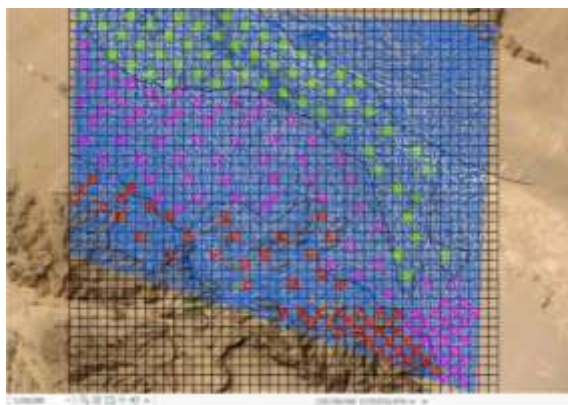
که در آن:

D: بعد فرکتال

L: طول ضلع مربع یا اندازه شبکه (L) به تدریج کاهش می‌یابد؛ به عبارت دیگر، در هر تکرار اندازه مربع‌ها کوچک‌تر می‌شود تا در نهایت مقدار L به صفر نزدیک گردد. این فرآیند کاهش تدریجی اندازه شبکه، امکان بررسی تغییرات الگو در مقیاس‌های مختلف و محاسبه دقیق‌تر حد $\lim_{L \rightarrow 0}$ را فراهم می‌سازد (روزی طلب، ۲۰۱۱).

(L) N: تعداد مربع‌های شمارش شده‌ای که قسمتی از

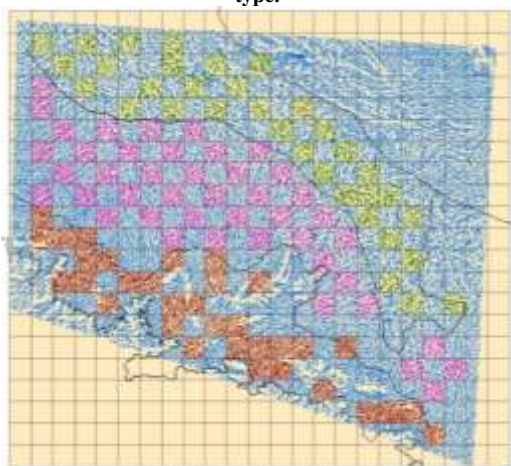
تصویر را در بر گرفته‌اند (توماس و فرانکویر، ۲۰۱۳).



شکل (۳): شبکه هیدروگرافی هر پلات به وسعت ۱ کیلومتر مربع؛ برای

هر دشت‌سر، رنگ متمایزی در نظر گرفته شده است.

Figure (3): Hydrographic network, with each plot covering an area of 1 km². A distinct color is assigned to each pediment type.



شکل (۴): شبکه هیدروگرافی، هر پلات به وسعت ۴ کیلومتر مربع؛

پلات‌های رنگی، برای فرکتال گیری انتخاب شدند.

Figure (4): Hydrographic network. Each plot covers an area of 4 km². Colored plots were selected for fractal analysis.

در آخر، بعد فرکتال هر یک از شبکه‌های استخراج شده با استفاده از نرم‌افزار Fractalys و به روش شمارش جعبه‌ای^۱ محاسبه گردید. روش شمارش جعبه‌ای به واسطه سرعت بالا و قابلیت اطمینان به عنوان یکی از پرکاربردترین الگوریتم‌ها برای تخمین بعد فرکتال در مطالعات علوم زمین شناخته می‌شود (اصغری سراسکانرود و زینالی، ۲۰۱۶؛ علیمردادی و همکاران، ۲۰۱۸؛ علیمردادی و همکاران، ۲۰۱۹؛ فتاحی و طالب‌زاده، ۲۰۱۷؛ قدم‌پور و طالب‌بیدختی، ۲۰۱۱؛ محمدی و همکاران، ۲۰۱۹b). این روش نسبت به سایر روش‌های محاسبه بعد فرکتال، از سرعت بالاتر و دقت بیشتری در دستیابی به نتایج برخوردار است (نظری صارم و همکاران، ۲۰۲۰). در این روش، فرآیند شمارش در شبکه‌هایی از مربع‌های با اضلاع متفاوت تکرار می‌شود، به گونه‌ای که اندازه مربع‌ها به تدریج کاهش یافته و به مقدارهای بسیار کوچک نزدیک می‌شود. این تکرار در ابعاد مختلف باعث می‌شود که تغییرات ساختار هندسی الگو در مقیاس‌های گوناگون مورد بررسی قرار گیرد (فتاحی و طالب‌زاده، ۲۰۱۷؛ قدم‌پور و طالب‌بیدختی، ۲۰۱۱؛ نظری صارم و همکاران، ۲۰۲۰).

به منظور تعیین بعد فرکتال از روش شمارش جعبه، تعداد جعبه‌های دربرگیرنده الگو در هر مقیاس $(N(L))$ و اندازه هر جعبه (L) مطابق رابطه (۱) محاسبه گردید. سپس نمودار $\log [N(L)]$ در مقابل $\log (1/L)$ ترسیم شد. شیب خط رگرسیون برازش شده بر این نقاط، بیانگر بعد فرکتال (D) است. این روش امکان کمی‌سازی میزان پیچیدگی مکانی و تغییرپذیری الگوها در مقیاس‌های مختلف را فراهم می‌سازد (روزی طلب، ۲۰۱۱؛ اصغری سراسکانرود و زینالی، ۲۰۱۶؛ علمی‌زاده و همکاران، ۲۰۱۴؛ علیمردادی و همکاران، ۲۰۱۸؛ فتاحی و طالب‌زاده، ۲۰۱۷؛ قدم‌پور و طالب‌بیدختی، ۲۰۱۱؛ محمدی و اختصاصی، بهار ۲۰۱۹a؛ توماس و فرانکویر، ۲۰۱۳).

(۱)

$$D = \lim_{L \rightarrow 0} [\log N(L) / \log (1/L)]$$

1. Box-counting
2. Thomas & Frankhauser

تعیین ابعاد و تعداد بهینه پلات‌های نمونه‌برداری

۱. تعیین حداقل مساحت معرف^۱

به منظور تعیین ابعاد بهینه پلات نمونه‌برداری، نمودار واریانس مقادیر بُعد فرکتال برحسب مساحت پلات (۱، ۴، ۹، ۱۶ و ۶۴ کیلومتر مربع) برای هر سه تپ دشت سر ترسیم گردید. نقطه‌ای در این نمودار که در آن واریانس به پایداری رسیده و نوسانات آن به حداقل کاهش می‌یابد، به عنوان حداقل مساحت معرف برای نمونه‌برداری انتخاب شد.

۲. تعیین تعداد بهینه نمونه^۲

پس از مشخص شدن ابعاد بهینه پلات، برای تعیین حداقل تعداد نمونه لازم، نمودار انحراف معیار بُعد فرکتال برحسب تعداد نمونه‌های افزایشی ترسیم شد. حداقل تعداد نمونه برای هر دشت سر، نقطه‌ای در نظر گرفته شد که پس از آن، افزودن نمونه‌های بیشتر تأثیر معناداری بر پایداری^۳ مقدار انحراف معیار نداشت.

اعتبار سنجی آماری نتایج

اعتبارسنجی نتایج بر پایه یک مقایسه آماری جامع میان ۱۰ داده به‌عنوان «برآوردی» و ۱۰ عدد داده به‌عنوان «مشاهده‌ای» (حاصل از پلات بهینه ۹ کیلومتر مربع) استوار بود. پس از تأیید نرمال بودن توزیع داده‌ها از طریق آزمون کولموگروف-اسمیرنوف، از آزمون t مستقل برای ارزیابی تفاوت معنادار میانگین دو مجموعه داده استفاده شد.

علاوه بر آزمون فرض، میزان توافق و خطای مدل با استفاده از شاخص‌های کلیدی شامل ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) و ضریب کارایی نش-ساتکلیف^۴ (NSE) ارزیابی گردید. همچنین شدت و جهت ارتباط خطی بین دو مجموعه داده از طریق محاسبه ضریب همبستگی پیرسون (r) و ضریب تعیین (R^2) در یک مدل رگرسیون خطی، کمی‌سازی شد. در هر نمودار، قطر مربع در مربعی که یک ضلع آن اعداد مشاهده‌ای و ضلع دیگر اعداد برآوردی رسم



شکل (۵): شبکه هیدروگرافی، هر پلات به وسعت ۹ کیلومتر مربع؛

Figure (5): Hydrographic network, with each plot covering an area of 9 km².



شکل (۶): شبکه هیدروگرافی پلات به وسعت ۱۶ کیلومتر مربع؛

Figure (6): Hydrographic network, with each plot covering an area of 16 km².



شکل (۷): شبکه هیدروگرافی، هر پلات به وسعت ۶۴ کیلومتر مربع

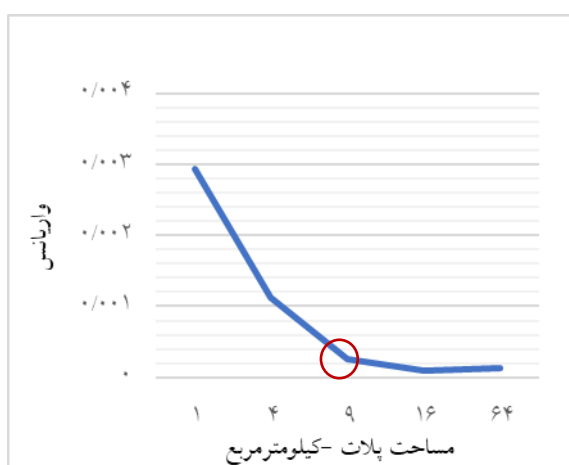
Figure (7): Hydrographic network, with each plot covering an area of 64 km²

1. Minimum Representative Area - MRA
2. Optimal Sample Size
3. convergence
4. Nash-Sutcliffe Efficiency

جدول (۳): واریانس بعد فرکتال شبکه‌های هیدروگرافی همه پلات‌ها در مساحت‌های مختلف

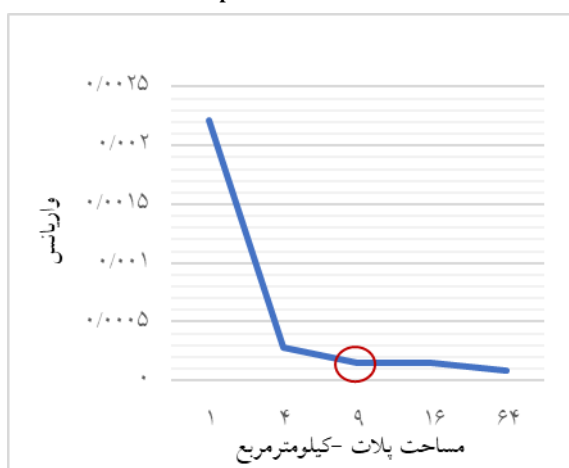
Table (3): Variance of the fractal dimension of hydrographic networks across plots with different areas.

عرض پلات‌ها (کیلومتر)	دشت‌سر فرسایشی	دشت‌سر اپانداژ	دشت‌سر پوشیده
۱	۰/۰۰۲۹۴	۰/۰۰۲۲۳	۰/۰۰۱۷۴
۲	۰/۰۰۱۱	۰/۰۰۰۲۹	۰/۰۰۰۴۳
۳	۰/۰۰۰۲۵	۰/۰۰۰۱۵	۰/۰۰۰۰۷۴
۴	۰/۰۰۰۰۹۸	۰/۰۰۰۱۵	۰/۰۰۰۰۰۸
۸	۰/۰۰۰۱۲	۰/۰۰۰۰۸۶	۰/۰۰۰۰۱۵



شکل (۸): نمودار واریانس بُعد فرکتال برحسب مساحت پلات برای دشت‌سر لخت (به منظور تعیین حداقل مساحت معرف)

Figure (8): Variance of fractal dimension versus plot area for bare pediment, aimed at determining the minimum representative area.



شکل (۹): نمودار واریانس بُعد فرکتال برحسب مساحت پلات برای دشت‌سر اپانداژ (به منظور تعیین حداقل مساحت معرف)

Figure (9): Variance of fractal dimension versus plot area for coalescing pediment, aimed at determining the minimum representative area.

گردید. نمودار برازش را با قطر مربع مورد مقایسه قرار گرفت.

نتایج

توزیع و تعداد پلات‌های نمونه‌برداری براساس ابعاد مختلف و تفکیک نوع دشت‌سر در جدول ۱ خلاصه شده است.

جدول (۱): تعداد و توزیع پلات‌های نمونه‌برداری براساس ابعاد و نوع دشت‌سر

Table (1): Number and distribution of sampling plots based on size and type of pediment type

طول ضلع پلات (کیلومتر)	مساحت پلات (کیلومتر مربع)	تعداد کل پلات	تعداد پلات‌ها در هر دشت‌سر		
			لخت	اپانداژ	پوشیده
۱	۱	۱۹۰	۵۱	۸۴	۵۵
۲	۴	۱۱۱	۳۳	۴۴	۳۴
۳	۹	۶۲	۲۰	۲۲	۲۰
۴	۱۶	۳۴	۱۲	۱۲	۱۰
۸	۶۴	۱۶	۵	۵	۶

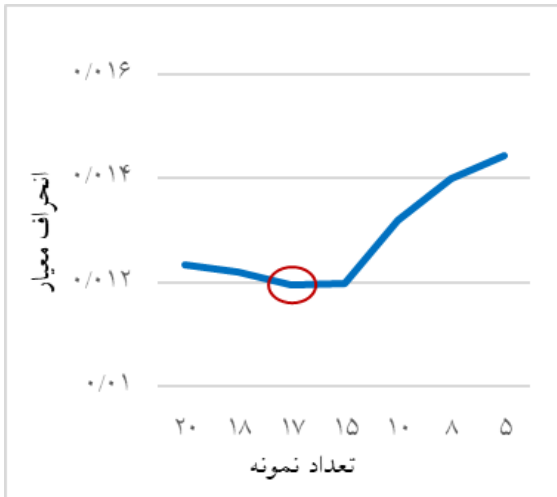
محاسبه حداقل مساحت نمونه و حداقل تعداد نمونه

به منظور تعیین حداقل مساحت معرف برای نمونه‌برداری، واریانس مقادیر بُعد فرکتال برای پلات‌هایی با ابعاد مختلف محاسبه گردید. نتایج این محاسبات در شکل‌های ۸ تا ۱۰ نمایش داده شده است. براساس این شکل‌ها، مساحتی که پس از آن واریانس به یک سطح پایدار رسیده و نوسانات آن به حداقل می‌رسد، به عنوان ابعاد بهینه پلات انتخاب می‌شود.

جدول (۲): میانگین بعد فرکتال شبکه‌های هیدروگرافی همه پلات‌ها در مساحت‌های مختلف

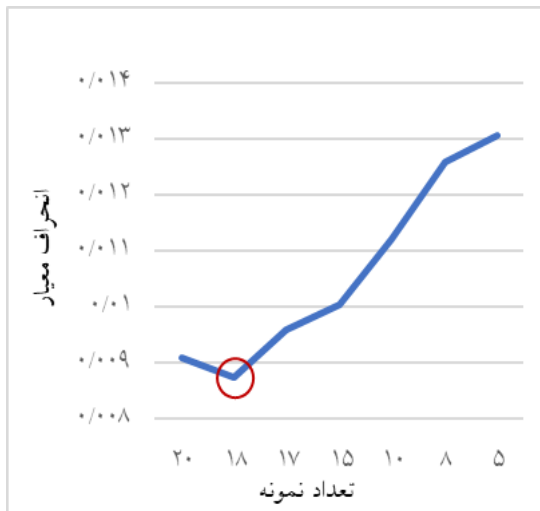
Table (2): Mean fractal dimension of hydrographic networks across plots with different areas.

مساحت پلات‌ها (کیلومتر مربع)	دشت‌سر فرسایشی	دشت‌سر اپانداژ	دشت‌سر پوشیده
۱	۱/۱۶۸	۱/۱۷۸	۱/۱۱۹
۴	۱/۲۷۳	۱/۲۷۷	۱/۲۶۹
۹	۱/۴۱۸	۱/۴۰۹	۱/۳۶۳
۱۶	۱/۴۲۷	۱/۴۰۹	۱/۳۹۶
۶۴	۱/۵۰۸	۱/۴۹۹	۱/۴۸۹



شکل (۱۲): نمودار انحراف معیار بعد فرکتال شبکه‌های هیدروگرافی دشت‌سر اپانداژ - تعداد نمونه مختلف.

Figure (12): Standard deviation of the fractal dimension of hydrographic networks for coalescing pediment across different sample sizes.



شکل (۱۳): نمودار انحراف معیار بعد فرکتال شبکه‌های هیدروگرافی دشت‌سر پوشیده - تعداد نمونه مختلف.

Figure (13): Standard deviation of the fractal dimension of hydrographic networks for concealed pediment across different sample sizes.

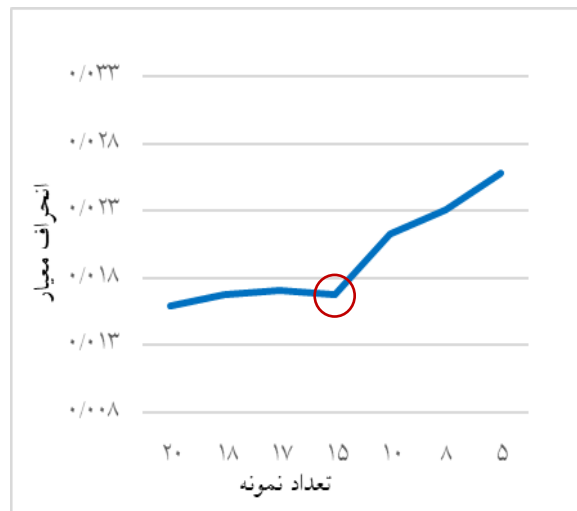
نتایج اعتبارسنجی و آزمون‌های آماری در جدول‌های ۴ تا ۶ و نمودارهای پراکندگی مربوط به سه دشت‌سر مورد مطالعه در شکل‌های ۱۴ تا ۱۶ ارائه شده‌اند.



شکل (۱۰): نمودار واریانس بُعد فرکتال برحسب مساحت پلات برای دشت‌سر پوشیده (به منظور تعیین حداقل مساحت معرف)

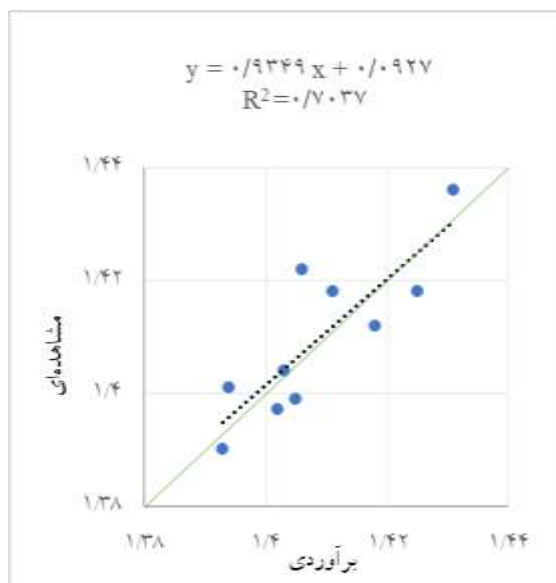
Figure (10): Variance of fractal dimension versus plot area for concealed pediment aimed at determining the minimum representative area.

پس از تعیین ابعاد بهینه پلات نمونه‌برداری (۹ کیلومتر مربع)، گام بعدی، تعیین حداقل تعداد نمونه لازم برای هر یک از تیپ‌های دشت‌سر بود. به منظور نیل به این هدف، نمودارهای انحراف معیار بُعد فرکتال برحسب تعداد نمونه‌های تجمعی (افزایشی) ترسیم گردید (نمودارهای ۱۱ تا ۱۳). در این تحلیل، نقطه‌ای که پس از آن، افزودن نمونه‌های بیشتر تأثیر معناداری بر پایداری مقدار انحراف معیار ندارد، به عنوان حداقل تعداد نمونه بهینه در نظر گرفته شد.



شکل (۱۱): نمودار انحراف معیار بعد فرکتال شبکه‌های هیدروگرافی دشت‌سر لخت در تعداد نمونه مختلف.

Figure (11): Standard deviation of the fractal dimension of hydrographic networks for bare pediment across different sample sizes.



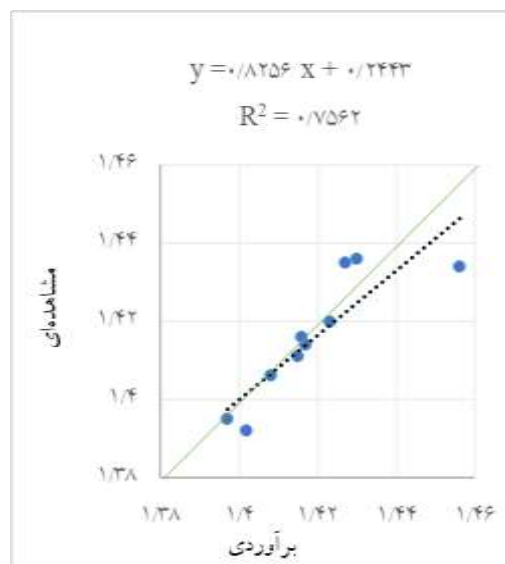
شکل (۱۵): نمودار پراکندگی و خط برازش بین داده‌های مشاهده‌ای و برآوردی در دشت سر اپانداژ

Figure (15): Scatter plot and fitted line between observed and estimated data in coalescing pediment

جدول (۵): نتایج آزمون‌های آماری و شاخص‌های دشت سر اپانداژ

Tab (5): Result of statistical tests and indicators of coalescing pediment

تفسیر	p-value	مقدار	آزمون و شاخص
نرمال بودن داده‌ها با	۰/۴۸۳		کولموگروف - مشاهده‌ای
سطح اطمینان ۹۹ درصد نبود تفاوت معنی دار بین	۰/۳۹۸		اسمیرنوف برآوردی
اندازه‌گیری شده و برآورد شده - با سطح اطمینان ۹۹ درصد	۰/۹۰۸		t مستقل
با سطح اطمینان ۹۹ درصد	۰/۰۳۴		فاصله اطمینان
با سطح اطمینان ۹۹ درصد	۰/۰۱۷		خطای مجاز
خطا خیلی کم و دقیق	۰/۰۰۷۳		RMSE
دقت قابل قبول	۰/۶۲۲		NSE
همبستگی خیلی قوی و مثبت بین مشاهده‌ای و برآوردی	۰/۸۳۹		ضریب همبستگی پیرسون (r)
برازش مدل خیلی خوب	۰/۹۴		شیب خط (ضریب رگرسیون)
عملکرد مدل خیلی خوب	۰/۷۰		ضریب تعیین (R ²)



شکل (۱۴): نمودار پراکندگی و خط برازش بین داده‌های مشاهده‌ای و برآوردی در دشت سر لخت.

Figure (14): Scatter plot and fitted line between observed and estimated data in bare pediment

جدول (۴): نتایج آزمون‌های آماری و شاخص‌های دشت سر لخت

Tab (4): Result of statistical tests and indicators of bare pediment

تفسیر	p-value	مقدار	آزمون و شاخص
نرمال بودن داده‌ها با	۰/۵۲۹		کولموگروف - مشاهده‌ای
فاصله اطمینان ۹۹ درصد نبود تفاوت معنی دار بین اندازه‌گیری شده و برآورد شده - با سطح اطمینان ۹۹ درصد	۰/۶۹۳		اسمیرنوف برآوردی
با سطح اطمینان ۹۹ درصد	۰/۶۶۴		t مستقل
با سطح اطمینان ۹۹ درصد	۰/۰۴۲		فاصله اطمینان
با سطح اطمینان ۹۹ درصد	۰/۰۲۱		خطای مجاز
خطا کم و دقیق	۰/۰۰۸۵		RMSE
دقت خوب	۰/۷۰۹		NSE
همبستگی قوی و مثبت بین برآوردی و مشاهده‌ای	۰/۸۷۰		ضریب همبستگی پیرسون (r)
برازش قابل قبول	۰/۸۳		شیب خط (ضریب رگرسیون)
مدل قابل قبول	۰/۷۶		ضریب تعیین (R ²)

بحث و نتیجه‌گیری

داده‌های مربوط به بُعد فرکتال برای سه تیپ دشت‌سر لخت، پانداژ، پوشیده در منطقه مورد مطالعه در مقیاس‌های مختلف پلات (عرض پلات‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۸ کیلومتر) در جدول خلاصه شده است (جدول ۲).

نتایج نشان می‌دهند که بُعد فرکتال به‌عنوان شاخصی از پیچیدگی هندسی سطح، هم به ویژگی‌های فیزیکی و مورفولوژیکی سطح زمین و هم به مقیاس مشاهده وابسته است؛ خطواره‌های حاصل از شبکه هیدروگرافی همواره از یک الگو و نظم مشخصی تبعیت می‌کنند که می‌توان در طبقه‌بندی آن‌ها از هندسه فراکتالی استفاده نمود. نتایج به‌دست‌آمده نشان داد که در دشت‌های بیابانی ایران مرکزی از جمله دشت یزد-ارکان با رعایت مقیاس ۱:۵۰۰۰۰ و انتخاب قلم فراکتالی با ضخامت ۱ پیکسل در محیط GIS حداقل مساحت نمونه پلات‌ها برای دست‌یابی به مناسب‌ترین عدد فراکتال محاسبه گردید.

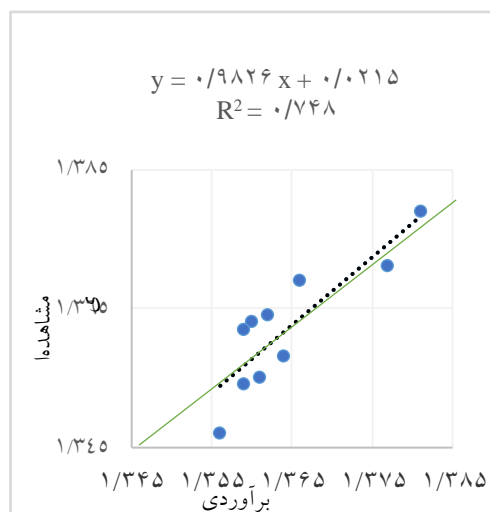
نتایج به‌دست‌آمده از اندازه‌گیری بعد فراکتال به روش گرافیکی با به‌کارگیری نرم‌افزار فرکتالیس نشان داد که مساحت پلات‌های ۹ کیلومترمربعی با شاخص آماری واریانس به‌عنوان مناسب‌ترین مساحت لازم برای نمونه‌برداری و تحلیل پایدار بعد فرکتال در چنین مناطق مورد استفاده قرار گیرد.

نتایج نشان داد که مقدار بعد فرکتال شبکه هیدروگرافی از دشت‌سر لخت به دشت‌سر پوشیده کاهش می‌یابد. تفسیر این روند به شرح زیر است:

- در دشت‌سر لخت، آغاز حرکت آبراه‌ها به‌طور غالبی از این ناحیه صورت می‌گیرد و تراکم شبکه هیدروگرافی بیشتر است.

- در دشت‌سر پانداژ، با تشکیل اوئدها، آبراه‌ها در سطح زمین پخش شده و بخشی از جریان متمرکز از بین می‌رود.

- در دشت‌سر پوشیده، پخش آب کامل‌تر بوده یا آب به‌طور قابل‌توجهی در خاک نفوذ می‌کند، بنابراین تعداد آبراه‌ها بسیار کم و تراکم شبکه هیدروگرافی پایین است.



شکل (۱۶): نمودار پراکندگی و خط برازش بین داده‌های مشاهده‌ای و برآوردی در دشت‌سر پوشیده

Figure (16): Scatter plot and fitted line between observed and estimated data in concealed pediment

جدول (۶): نتایج آزمون‌های آماری و شاخص‌های دشت‌سر پوشیده
Tab (6): Result of statistical tests and indicators of concealed pediment

تفسیر	مقدار p-value	آزمون و شاخص
نرمال بودن داده‌ها با	۰/۹۴۰	کولموگروف مشاهده‌ای
سطح اطمینان ۹۹ درصد	۰/۱۵۳	- اسمیرنوف برآوردی
نبود تفاوت معنی‌دار بین مشاهده‌ای و برآوردی - با سطح اطمینان ۹۹ درصد	۰/۵۶۴	t مستقل
فاصله اطمینان ۹۹ درصد	۰/۰۲۳	فاصله اطمینان
خطای مجاز ۹۹ درصد	۰/۰۱۱۵	خطای مجاز
خطا خیلی کم و خیلی دقیق	۰/۰۰۵	RMSE
دقت قابل‌قبول	۰/۵۹۶	NSE
همبستگی قوی و مثبت بین مشاهده‌ای و برآوردی	۰/۸۶۵	ضریب همبستگی پیرسون (r)
برازش مدل عالی	۰/۹۸	شیب خط (ضریب رگرسیون)
عملکرد مدل خیلی خوب فقط مقداری کم برآورد است.	۰/۷۵	ضریب تعیین (r ²)

در نتیجه، از دشت سر لخت به اپانداژ و سپس به پوشیده، تراکم شبکه هیدروگرافی کاهش یافته و این کاهش تراکم مستقیماً منجر به کاهش مقدار بعد فرکتال می شود.

به منظور تعیین حداقل تعداد نمونه مورد نیاز در هر دشت سر، از تحلیل نمودارهای انحراف معیار بعد فرکتال شبکه های هیدروگرافی استفاده شد. از آنجاکه ویژگی های هر دشت سر، از جمله مقدار بعد فرکتال، با یکدیگر تفاوت دارد، حداقل تعداد نمونه برای هر دشت سر به صورت جداگانه محاسبه گردید. بدین منظور، نمودارهای تغییرات انحراف معیار بعد فرکتال در پلات های با مساحت ۹ کیلومتر مربع و با تعداد نمونه های مختلف در هر دشت سر ترسیم شد (شکل های ۱۱ تا ۱۳). بر اساس شکل ۱۱، نقطه عطف منحنی و کمترین مقدار انحراف معیار به عنوان معیار تعیین حداقل تعداد نمونه در نظر گرفته شد. در هر نمودار، نقطه ای که از آن به بعد مقدار انحراف معیار تغییر محسوسی نداشته و منحنی به وضعیت تقریباً ثابت (حالت خطی) رسیده است، به عنوان نقطه عطف در نظر گرفته شد. این نقطه بیانگر حداقل تعداد نمونه لازم برای دستیابی به برآورد پایدار بعد فرکتال است. بر این اساس، حداقل تعداد نمونه در دشت سر لخت ۱۵ پلات، در دشت سر اپانداژ ۱۷ پلات و در دشت سر پوشیده ۱۸ پلات تعیین گردید. این تفاوت در تعداد نمونه ها را می توان به عواملی نظیر کاهش تراکم، پراکندگی و محو شدن آبراه ها در دشت سرهای اپانداژ و پوشیده و همچنین افزایش عدم قطعیت (خطا) در مدل رقومی ارتفاع (DEM) در این مناطق نسبت داد.

در واقع، این تحلیل نتایج نشان می دهد که حداقل تعداد نمونه نه تنها به مقیاس پلات و روش محاسبه بستگی دارد، بلکه تابعی از ویژگی های ژئومورفیک و هیدرولوژیکی هر دشت سر است.

اعتبارسنجی نتایج

دشت سر لخت

برای ارزیابی نرمال بودن داده ها، آزمون کولموگروف-اسمیرنوف انجام شد. مقدار P به دست آمده برای مشاهده ای و برآوردی برابر با ۰/۵۲۹ و ۰/۶۹۳ بود که باتوجه به

بزرگ تر بودن آن ها از ۰/۰۵، فرض صفر مبنی بر نرمال بودن توزیع داده ها پذیرفته شد؛ بنابراین داده ها از نوع پارامتریک بوده و آزمون t مستقل برای مقایسه میانگین ها انتخاب گردید. بر اساس نتایج، مقدار P در آزمون t برابر با ۰/۶۶۴ (با سطح اطمینان ۹۹٪) بود که بیشتر از ۰/۰۵ است، بنابراین تفاوت معنی داری بین داده های برآوردی و مشاهده ای مشاهده نشد. فاصله اطمینان ۹۹٪ بین دو گروه، بین مقادیر ۰/۰۱۸- و ۰/۰۲۴ به دست آمد که بیانگر اختلاف بسیار ناچیز بین میانگین هاست. میانگین بعد فرکتال برای داده های برآوردی ۱/۴۱۹ و برای داده های مشاهده ای ۱/۴۱۶ بود.

در تحلیل دقت مدل، مقدار $RMSE = ۰/۰۰۸۵$ به دست آمد که باتوجه به نزدیکی آن به صفر، نشان دهنده خطای بسیار کم و دقت بالای مدل است.

شاخص NSE برابر با ۰/۷۱ نشان داد که داده های برآوردی توانسته است ۷۱ درصد از واریانس داده های مشاهده ای را به درستی توضیح دهد. ضریب همبستگی پیرسون نیز برابر با ۰/۸۷ $r = ۰/۸۷$ محاسبه شد که بیانگر رابطه ای مثبت و قوی میان داده های برآوردی و مشاهده ای است. همچنین، ضریب تعیین $R^2 = ۰/۷۶$ و ضریب رگرسیون $۰/۸۳$ به دست آمد. این مقادیر نشان دهنده برازش مناسب و قابل قبول مدل (مدل رگرسیون: شکل ۱۴) هستند. در مجموع، بر اساس نتایج جدول ۴، خطای مدل اندک، دقت مطلوب و نتایج برآوردی با مقادیر مشاهده ای سازگار است. بر این اساس، مقدار بعد فرکتال ۱/۴۱۸ نمایانگر ویژگی های هندسی دشت سر لخت در منطقه مورد مطالعه است.

باتوجه به نتایج فوق، می توان با اطمینان بالا نتیجه گرفت که مقدار به دست آمده ۱/۴۱۸ به عنوان یک شاخص معتبر برای توصیف ویژگی های هندسی و پیچیدگی ساختاری دشت سر لخت در منطقه مورد مطالعه، قابل استناد است.

دشت سر اپانداژ

برای ارزیابی نرمال بودن داده ها، آزمون کولموگروف-اسمیرنوف انجام شد. مقدار P برای برآوردی و مشاهده ای برابر با ۰/۳۹۸ و ۰/۴۸۳ به دست آمد که باتوجه به بزرگ تر بودن آن از ۰/۰۵، فرض صفر مبنی بر نرمال بودن توزیع

نتایج نشان داد که در سطح اطمینان ۹۹٪، مقدار ۰/۵۶۴ $P =$ بوده است. از آنجاکه این مقدار بزرگ‌تر از ۰/۰۵ است، واریانس‌ها برابر بوده و بین دو گروه برآوردی و مشاهده‌ای تفاوت معنی‌داری وجود ندارد. فاصله اطمینان ۹۹٪ بین دو حد بالا و پایین به ترتیب ۰/۰۱۴ و ۰/۰۰۹- به دست آمد که بیانگر اختلاف اندک میان دو مجموعه داده است. میانگین داده‌های برآوردی و مشاهده‌ای به ترتیب ۱/۳۶۴ و ۱/۳۶۳ بوده و نزدیکی این مقادیر نشان‌دهنده شباهت زیاد داده‌ها است.

مقدار ریشه میانگین مربعات خطا (RMSE) برابر ۰/۰۰۵ محاسبه شد که باتوجه به نزدیک بودن آن به صفر، بیانگر خطای بسیار اندک داده‌های برآوردی است. شاخص NSE برابر ۰/۵۹۶ به دست آمد که نشان می‌دهد مدل حدود ۶۰ درصد از واریانس داده‌های مشاهده‌ای را به درستی تبیین کرده است. این مقدار اگرچه اندکی بالاتر از حد قابل قبول (۰/۵) است، اما نشانگر عملکرد رضایت‌بخش و قابل قبول می‌باشد.

ضریب همبستگی پیرسون ($r = 0/865$) حاکی از رابطه مثبت و قوی میان داده‌های مشاهده‌ای و برآوردی در دشت‌سر پوشیده است. همچنین، مقدار ضریب تعیین ($R^2 = 0/75$) نشان می‌دهد که حدود ۷۵ درصد از تغییرات داده‌های مشاهده‌ای توضیح داده شده است. ضریب رگرسیون یا شیب خط برابر ۰/۹۸ بوده که نشان‌دهنده عملکرد خیلی خوب مدل (مدل رگرسیون: شکل ۱۶) می‌باشد.

به‌طورکلی و براساس نتایج جدول ۶، مدل مورد استفاده دارای خطای کم، دقت مناسب و قابلیت اعتماد قابل قبول است، بنابراین، مقدار بعد فرکتال ۱/۳۶۳ به دست آمده در این منطقه، نشان‌دهنده ویژگی‌های هندسی و هیدروگرافی دشت‌سر پوشیده است.

کارایی رضایت‌بخش ($NSE = 0/596$)، اگرچه بالاتر از آستانه قابل قبول (۰/۵) قرار دارد، اما در سطح «متوسط» یا «رضایت‌بخش» طبقه‌بندی می‌شود. از نقاط قوت برجسته مدل، خطای بسیار ناچیز ($RMSE = 0/005$): این مقدار که به

داده‌ها پذیرفته شد؛ بنابراین، داده‌ها از نوع پارامتریک بوده و آزمون t مستقل برای مقایسه میانگین‌های برآوردی و مشاهده‌ای انتخاب گردید.

براساس نتایج، مقدار $P = 0/908$ در سطح اطمینان ۹۹٪ نشان داد که تفاوت معنی‌داری بین دو گروه وجود ندارد و واریانس‌ها برابر هستند. فاصله اطمینان ۹۹٪ بین دو حد بالا و پایین به ترتیب ۰/۰۱۶ و ۰/۰۱۸- بود که بیانگر اختلاف بسیار اندک بین داده‌ها است. میانگین داده‌های برآوردی و مشاهده‌ای به ترتیب ۱،۴۰۹ و ۱،۴۱۰ به دست آمدند که شباهت زیادی بین آن‌ها مشاهده شد.

مقدار $RMSE = 0/0073$ محاسبه گردید که به دلیل نزدیکی به صفر، نشان‌دهنده خطای بسیار کم است. شاخص $NSE = 0/62$ حاکی از دقت قابل قبول بوده و نشان می‌دهد حدود ۶۲ درصد از واریانس داده‌های مشاهده‌ای، داده‌های برآوردی را به درستی تبیین می‌کند.

ضریب همبستگی پیرسون ($r = 0/839$) نشان‌دهنده رابطه‌ای مثبت و قوی میان داده‌های برآوردی و مشاهده‌ای است. همچنین، مقدار ضریب تعیین ($R^2 = 0/70$) و ضریب رگرسیون (شیب خط) = ۰/۹۴ به دست آمد. نشان می‌دهد عملکرد آن در بازه‌های مختلف مقادیر، بسیار باثبات است. این مقادیر بیانگر برازش بسیار خوب مدل (مدل رگرسیون: شکل ۱۵) و توانایی بالای آن در پیش‌بینی تغییرات داده‌ها هستند.

به‌طورکلی، براساس نتایج جدول ۵، در منطقه مورد مطالعه، مقدار بعد فرکتال ۱/۴۰۹ بیانگر ویژگی‌های هندسی و الگوی هیدروگرافی دشت‌سر اپانداژ است.

دشت‌سر پوشیده

برای بررسی نرمال بودن داده‌ها، آزمون کولموگروف-اسمیرنوف اجرا شد. مقدار P برای برآوردی و مشاهده‌ای برابر با ۰/۱۵۳ و ۰/۹۴۰ به دست آمد که بزرگ‌تر از ۰/۰۵ است؛ بنابراین، فرض صفر مبنی بر نرمال بودن داده‌ها پذیرفته شد و داده‌ها از نوع پارامتریک در نظر گرفته شدند. بر این اساس، برای مقایسه میانگین داده‌های برآوردی و مشاهده‌ای، از آزمون t مستقل استفاده گردید.

پیشنهاد می‌شود که ارتباط بین مقدار بعد فرکتال به دست آمده در هر دشت سر را با پارامترهای هیدرولوژیکی واقعی مانند زمان تمرکز، ضریب رواناب، یا پتانسیل سیل‌خیزی و نوع رسوبات بررسی شود اجرای پژوهش‌های مشابه در سایر دشت‌های ایران مرکزی برای بررسی تطبیقی نیز پیشنهاد می‌گردد.

صفر بسیار نزدیک است، نشان‌دهنده دقت فوق‌العاده بالا و خطای مطلق بسیار کم مدل است. این بهترین مقدار RMSE در میان سه منطقه مورد بررسی است. مدل توانسته ۷۵٪ از تغییرات داده‌های مشاهده‌ای را توضیح دهد، یک موفقیت بزرگ محسوب می‌شود.

وجود سه مقدار مختلف برای بعد فرکتال در سه تیپ ژئومورفولوژی با ویژگی‌های متفاوت (لخت: ۱/۴۱۸، پانداژ: ۱/۴۰۹، پوشیده: ۱/۳۶۳) خود یک یافته مهم است. در رابطه با کاربرد بعد فرکتال و شاخص‌های زمین‌ساختی و ژئومورفولوژی، تحقیقات بسیار محدودی صورت گرفته است. پژوهش حاضر در نوع خود جدید و قابل‌قیاس با دیگر منابع نبود. اکثر پژوهش‌های انجام شده با فرکتال درزمینه واحدها و سازندهای زمین‌شناسی است و درزمینه تیپ‌های ژئومورفولوژی پژوهشی صورت نگرفته است. از جمله پژوهش‌های زمین‌شناسی، علیمزادی و همکاران (۲۰۱۸) که با تصاویر گوگل ارث و مدل رقومی ارتفاع بعد فرکتال شش سازند زمین‌شناسی را ارزیابی کردند. محمدی و همکاران (۲۰۱۸) برای تفکیک سازندهای کهر، آهک تفت و گرانیت از بعد فرکتال استفاده نمودند. برزگری و همکاران (۲۰۱۹) با استفاده از بعد فرکتال شبکه هیدروگرافی سه واحد سنگی (گرانودیوریت، آهک تفت، کنگلومرا و ماسه سنگ) را تفکیک کردند.

پیشنهاد می‌شود یک تحقیق مجزا به «تحلیل تطبیقی ابعاد فرکتال براساس نوع پوشش/ کاربری اراضی» اختصاص داده شود. همچنین پیشنهاد می‌شود عملکرد مدل فعلی با مدل‌های یادگیری ماشین^۱ مانند جنگل تصادفی^۲ یا شبکه‌های عصبی مصنوعی^۳ مقایسه شود. این مدل‌ها ممکن است بتوانند روابط غیرخطی پیچیده‌تری را شناسایی کرده و دقت پیش‌بینی را افزایش دهند. بعد فرکتال تنها یک عدد تئوریک نیست، بلکه با فرآیندهای واقعی هیدرولوژیکی در ارتباط است.

1. Machine Learning
2 Random Forest
3 . ANN

geomorphology and Fractal methods, Journal of Geographical Research. 30(4).

6. Barzegari, V. Zare, M. Ekhtesasi, M.R. 2019. Comparison of dimensionless index of drainage network density and fractal dimension of drainage network in separating lithological units (Study area: Taft watershed, Yazd), Quantitative Geomorphological Research. 8(3): 80-96.

7. Breslin M.C. Belward, J.A. 1999. Fractal dimensions for rainfall time series, Mathematics and Computers in Simulation (48): 437-446.

8. Dong, Y.Y., Wang, P., Hua, Z.L., & Liu, X.D. (2024). River networks evolution under multiple stresses: A geometric and structural fractal perspective. Journal of Cleaner Production, 448, 141411. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2024.141411>

9. Ekhtesasi, M.R., 2010. Applied Geomorphology. Watershed Management Department, Faculty of Natural Resources, Yazd University.

10. Elmizadeh, H. Mahpaykar, A. Saadatmand, M. 2014. Investigation of fractal theory in fluvial geomorphology: A case study of Zarrineh Fluvial, Quantitative Geomorphology Research. 3(2): 130-141.

11. Farzami, 2019. <https://fedika.ir/2019/history-of-geometry>

12. Fattahi, M.H. Kamyab, S. 2018. Matching geomorphological properties of watershed and multi-fractal features of watercourse shape, Iranian Water Resources Research. 14th year. 5(47): 311-326.

13. Fattahi, M.H. Talebzadeh, Z. 2017. The relationship between the compaction coefficient of a watershed and its fractal characteristics, Iranian Water Resources Research. 13(1): 191-203.

14. Ghadampour, Z. Taleb Bidakhti, N. 2011. Calculating fractal dimension in meandering rivers using box counting method. Sixth National Congress of Civil Engineering

15. Honifapour, M. Biabani, L. Zehtabian, GH.R. Khosravi, H. 2022. Identification of geomorphological facies in western Tehran province, case study: Mallard County, Gonbad Kavous University Journal of New Approaches in Water Engineering and Environment, Volume 1, Issue 2, p. 46-61.

16. Karam, A. 2010. Chaos theory, fractals, and nonlinear systems in geomorphology, Physical Geography Quarterly, Year 3, Issue 8, Summer, p. 67-82.

17. Mandelbrot, B., 1967. How long is the coast of Britain Statistical self-similarity and fractiona dimension. Science. (156): 636-638.

18. Mandelbrot, B.B., 1977. Fractals: Form, Chance and Dimension. W.H. Freeman and Co, San Francisco, CA.

19. Mandelbrot, B.B., 1983. The Fractal Geometry of Nature: W. H. Freeman. San Fransisco: 468.

20. Mohammadi Khashouwi, M. Ekhtesasi, M.R. Spring 2019(a). Comparison of fractal dimension and

منابع

1. Abdeldjalil, M., Yousfi, S., 2020. Dentification of sands of dune and concretes using a granular model - Case of arid region. Case Studies in Construction Materials. 13.

2. Alimoradi, M. Ekhtesasi, M.R. Taze, M. Karimi, H. 2018. Calculating the fractal dimension of geological formations and investigating its relationship with the sensitivity of formations, Natural Geographical Research (Geographical Research). 50(2):241-253.

3. Alimoradi, M., Ekhtesasi, M.R., Taze, M., Karimi, H. 2019. Comparison of density and fractal dimension of drainage networks at different scales and accuracies (Case study: Ilam Province watersheds), Watershed Management. 10(19): 73-84.

4. Allen, M., Brown, G.J., Miles, N.J., 1995. Measurement of Boundary Fractal Dimensions: Review of Current Techniques. Powder Technology, 84(1): 1-14.

5. Asghari Saraskanroud, S. Zeinali, B. 2016. Study of Investigation of meandering pattern Germi Chay River in Azarbayjan Sharghi province by

geomorphological features in the management of the Aqda watershed, Environmental Erosion Research. 9(1): 62-84.

21. Mohammadi Khashouwi, M. Ekhtesasi, M.R. Talebi, A. Hosseini, S.Z.A. 2019(b). Application of fractal dimension in sensitivity analysis of geological formations in arid regions (case study: Yazd-Ardakan plain watershed), Desert Ecosystem Engineering. 8th year. 24: 1-18.

22. Mohammadi Khashouwi, M. Ekhtesasi, M.R. Talebi, A. Hosseini, S.Z.A. 2021. Accuracy of flow algorithms and SRTM ASTER DEMs and 1/25000 topographic maps in extracting fractal dimension of Iran's drainage network, Remote Sensing and GIS. Year 13. 1(49): 33-54.

23. Mohammadi Khoshou, M., Ekhtesasi, M. R., & Talebi, A. (2024). Fractal dimension analysis for assessing erosion susceptibility in arid geological formations: A case study of the YazdArdakan catchment, Iran. <https://doi.org/10.2139/ssrn.5002258>

24. Moradi, R. Taze, M. Sadeghinia, M. Ghanei-Bafeghi, M.J. 2017. Calculating fractal dimension in pebbles of Bare pediment plain using Fractalize software by box counting method. Fourth National Conference on Wind Erosion and Dust Storms.

25. Nayyeri, H., Moradi, R., & Sanikhani, H. (2025). Fractal and morphometric characterization of drainage and fault systems in the tectonically active Mereg Basin, Western Iran. International Journal of River Basin Management. Advance online publication. <https://doi.org/10.1080/15715124.2025.2517831>.

26. Nazari Sarem, M. Dabiri, R. Ansari, M.R. Vosoughi Abedini, M. 2020. Estimating the fractal dimension of the geomorphology of the northern shores of the Persian Gulf using the box counting method, *Quantitative Geomorphology Research*. 9(2): 159-174.
27. Nikora, V.I., Sapozhnikov, V.B., 1993. River network fractal geometry and its computer simulation. *Water Resources Research*. (29): 3565-3575.
28. Rezaei Moghadam, M.H. Tharvati, M.R. Asghari Saraskanroud, S. 2012. Investigating changes in the geometric pattern of the Ghezel Ozon River using fractal geometry analysis, *Geography and Planning*, 40.
29. Rozi Talab, A. 2011. *An Introduction to Fractal Geometry*. Qashqai Publications, Takht-e Jamshid.
30. Shen, X.H., Zou, L.J., Li, H.S., 2002. Successive Shift boxcounting Method for Calculating Fractal Dimension and Its Application in Identification of Fault. *Acta Geol, Sin.-Engl*. 76: 257-263.
31. Smart Health Synrgy Companions Institute, iHosh, 2013. *Biography of Great Mathematicians-Physicists: Henri Poincare*. Website registration number: 43264. Available of: <https://www.ihoosh.ir/article/20417>.
32. Tarboton, D.G., 1996. Fractal River Networks, Horton's Laws and Tokunaga Cyclicity. *J. Hydrol*, 187: 105-117.
33. Thomas, I., Frankhauser, P. 2013. Fractal Dimensions of the Built-up Footprint: Buildings versus Roads. *Fractal Evidence from Antwerp (Belgium)*. *Environment and Planning B Planning and Design*. 40(2): 310-329. DOI:10.1068/b38218.
34. Zare, M., Behnia, N. & Gabriels, D. (2019). Assessment of Land Cover Changes Using Taguchi-Based Optimized SVM Classification Approach. *Journal of the Indian Society of Remote Sensing* 47(6), 45–52. <https://doi.org/10.1007/s12524-018-0865-0>.

Numerical Analysis of Hydrographic Networks of Pediment Geomorphological Types in Desert Areas Using Fractal Geometry (Case Study: Yazd-Ardakan Plain, Iran)

Vadieh Barzegari¹, Mohammad Zare^{2*}, Mohammadreza Ekhtesasi³, Mahdi Fatehinia⁴

Receive: 2025/10/22

Accept: 2026/02/16

Extended Abstract

Introduction

Analysis of land surfaces and plains plays a crucial role in natural resource studies. From a geomorphological perspective, landforms are generally classified into three major units: mountains, plains, and playas. Pediment plains are further subdivided into three types: bare pediment, coalescing pediment, and concealed pediment. Traditionally, field surveys, visual interpretation, and boundary delineation using Google Earth have been employed to identify pediment types. In this study, a novel approach based on fractal geometry techniques was applied. According to Mandelbrot, fractal geometry is grounded in the concept of objects exhibiting self-similar and repetitive patterns across different scales. The objective of this research is to apply fractal analysis in order to characterize the hydrographic networks of different pediment geomorphological types in desert environments.

Research Methodology

The study area covers 1,441.91 km² in the Yazd-Ardakan plain, located within Zone 40. Satellite imagery from the Advanced Land Observing Satellite (ALOS) PALSAR was selected through the Earthdata Search portal (earthdata.nasa.gov) due to its high-resolution Digital Elevation Model (DEM) capabilities.

Using the Hydrology Toolbox in ArcGIS, the hydrographic network was extracted from the DEM. Random plots of varying sizes were selected on the hydrographic network. Fractalyse software was employed to compute the fractal dimension of plots measuring 1, 4, 9, 16, and 64 km² at a scale of 1:50,000 using the box-counting method. The mean and variance of the fractal dimension across plots in each pediment type were calculated, and diagrams were generated to determine the minimum sampling area.

For validation, 10 observed plots and 10 estimated plots were compared within a 9 km² plot (the minimum sample area) in each pediment type. The Kolmogorov–Smirnov test and independent t-test were conducted at the 99% confidence level using SPSS software. Model performance was further evaluated using the Root Mean Square Error (RMSE), Nash–Sutcliffe Efficiency (NSE), Pearson's correlation coefficient (r), scatter plots, regression equations, slope coefficients, and the coefficient of determination (r^2).

Results

Table 1. Number and distribution of sampling plots based on size and type of pediment plain

Number of plots in each pediment			Total number of plots	Plot area (km ²)	Plot side length (km)
Concealed pediment	Coalescing pediment	Bare pediment			
55	84	51	190	1	1
34	44	33	111	4	2
20	22	20	62	9	3
10	12	12	34	16	4
6	5	5	16	64	8

1. PhD Student in Desertification Management and Control, Yazd University, vadieh88barzegari@gmail.com

2. Associate Professor, Department of Desert Management, Faculty of Natural Resources and Desert Studies, Yazd University, mzernani@yazd.ac.ir

3. Professor, Department of Watershed Management, Faculty of Natural Resources and Desert Studies, Yazd University, mr_ekhtesasi@yazd.ac.ir

4. Associate Professor, Department of Mathematics, Faculty of Science, Yazd University, fatehiniam@yazd.ac.ir

Table 2. Mean fractal dimension of hydrographic networks across plots with different areas.

Concealed pediment	Coalescing pediment	Bare pediment	Plot area (km ²)
1.119	1.178	1.168	1
1.269	1.277	1.273	4
1.363	1.409	1.418	9
1.396	1.409	1.427	16
1.489	1.499	1.508	64

Discussion and conclusion

The point at which the variance diagrams of the fractal dimension become linear and stabilized—referred to as the turning point of the diagram—indicates the minimum sampling area, which in this study was identified as 9 km² plots. From this threshold onward, the fractal dimension of the hydrographic networks consistently decreased from erosional pediments toward covered pediments. According to the diagrams, the minimum number of samples required for erosional pediments, alluvial fan pediments, and covered pediments is 15, 17, and 18 plots, respectively. The Kolmogorov–Smirnov test confirmed the normality of the data ($p > 0.05$), while the independent t-test showed no significant differences between observed and estimated data ($p > 0.05$) at the 99% confidence level. The RMSE and NSE indices indicated low model error and high predictive accuracy for bare pediment and coalescing pediment. In concealed pediment, RMSE values were close to zero, confirming highly accurate predictions, while NSE also demonstrated acceptable model performance. The results of Pearson's correlation coefficient (r), regression coefficient, and coefficient of determination (r^2) for all three pediment types indicate a strong positive correlation between observed and estimated data, reflecting very good model performance. Overall, for the 9 km² plots—identified as the minimum sampling area—the fractal dimensions of bare pediment, coalescing pediment, and concealed pediment were 1.418, 1.409, and 1.363, respectively. These results highlight the effectiveness of the fractal geometry technique in geomorphological characterization and hydrographic network analysis in arid regions.

Keywords :Arid lands, Digital Elevation Model, Fractal Dimension Technique, Hydrographic Network, Pediment