

## تعیین تابع توزیع احتمالاتی مناسب بر اساس مقایسه دو شاخص خشکسالی

### SPEI و SPI در استان تهران

محمدحسین جهانگیر<sup>۱\*</sup>، مهناز ابوالقاسمی<sup>۲</sup>

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۸/۱/۲۵

تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۷/۲۵

#### چکیده:

طی دهه‌های اخیر در میان بلایای طبیعی که جوامع انسانی را تحت تأثیر قرار داده، تعداد و فراوانی خشکسالی بیشتر از سایر حوادث طبیعی بوده است. خشکسالی از جمله بلایای طبیعی است که در مقایسه با مخاطرات طبیعی نظیر بارش‌های سنگین و سیلاب‌ها، به‌طور خزنده شکل می‌گیرد و گسترش می‌یابد. برای بیان کمی خشکسالی، شاخص‌های متعدد و متفاوتی وجود دارد. شاخص تبخیر و تعرق استاندارد شده SPEI از برازش توزیع لوگ-لوجیستیک بر دما، بارش و تبخیر و تعرق پتانسیل در هر بازه زمانی دلخواه به دست می‌آید. هدف از این تحقیق، بررسی وضعیت خشکسالی استان تهران و همچنین مطالعه تطبیقی شاخص خشکسالی SPI و SPEI در این استان است. با برازش توزیع‌های احتمالاتی مختلف بر مقادیر داده‌ها، مناسب‌ترین تابع توزیع سازگار با سری  $D_i$  با استفاده از آزمون کولموگروف اسمیرنوف انتخاب شد و نتایج نشان داد توزیع کوماراسویمی برای دو ایستگاه مهرآباد و تهران و توزیع ویبول برای ایستگاه‌های شمیران و آبدلی، مناسب‌ترین توزیع برای تعیین مقدار شاخص SPEI در این منطقه است. سایر نتایج نشان داد که از آنجا که در شاخص SPEI در مقایسه با شاخص SPI پارامترهای اقلیمی بیشتر لحاظ می‌شود، می‌توان گفت نتایج شاخص SPEI در بازه زمانی کوتاه ماهانه، واقعی‌تر و منطقی‌تر است؛ به‌طوری که این شاخص، شرایط خشکسالی شدیدتری را نشان می‌دهد. همچنین با تغییر ماه‌های سال به‌علت تغییر در شرایط دمایی و بارش مناسب‌ترین تابع توزیع برای هر ماه تغییر می‌کند.

**واژه‌های کلیدی:** شاخص SPI و SPEI، تابع توزیع مناسب، استان تهران، تبخیر و تعرق.

۱. استادیار گروه انرژی‌های نو و محیط زیست دانشکده علوم و فنون نوین دانشگاه تهران؛ mh.jahangir@ut.ac.ir

۲. دانشجوی اکوهیدرولوژی دانشکده علوم و فنون نوین دانشگاه تهران

## مقدمه

به عنوان یک شاخص مناسب برای تعیین خشکسالی استفاده کرد. پوتاپ<sup>۹</sup> و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از داده‌های ۱۸۴ ایستگاه در جمهوری چک و تحلیل مکانی خصوصیات خشکسالی و روند آن‌ها در مقیاس‌های مختلف زمانی بر اساس شاخص SPEI پرداختند؛ آن‌ها روندی منفی را برای وقایع خشکسالی در بیشتر ایستگاه‌های مورد بررسی گزارش دادند. لابوداوا<sup>۱۰</sup> و همکاران (۲۰۱۴) شاخص خشکسالی SPEI و SPI را با استفاده از داده‌های مدل COSMO در دو حوضه آبخیز اسلواکی مقایسه کردند و به این نتیجه رسیدند که همبستگی کمی بین شاخص SPI و SPEI در جنوب اسلواکی در مقیاس زمانی سه‌ماهه وجود دارد. همچنین ایشان به نقش مهم تبخیر و تعرق بر خشکسالی در منطقه مورد بررسی در فصل تابستان تأکید داشتند. مینگ<sup>۱۱</sup> و همکاران (۲۰۱۵) روش محاسبه تبخیر و تعرق بالقوه برای محاسبه PET بر اساس معادله پنمن-مانتیه<sup>۱۲</sup> را مخصوص کشور چین بهبود دادند. نتایج نشان داد ارتقای فرمول PET با توجه به شرایط اقلیمی و آب‌وهوایی دشت شمال چین باعث واقعی‌تر شدن نتایج شاخص SPEI در این منطقه می‌شود. آبیون<sup>۱۳</sup> و همکاران (۲۰۱۷) اثر تغییر اقلیم را بر خشکسالی هیدرواقلمی در سرتاسر حوضه آبخیز ولتا در غرب آفریقا بررسی کردند. این پژوهش نشان داد وسعت خشکسالی‌ها در آینده بین ۲۴ تا ۳۴ درصد افزایش می‌یابد و بزرگی افزایش خشکسالی‌ها با استفاده از شاخص بارش تبخیر و تعرق استاندارد SPEI بیشتر از شاخص SPI است. ژیانگ<sup>۱۴</sup> و همکاران (۲۰۱۷) در جنوب غرب چین از شاخص بارش استاندارد SPI، شاخص تبخیر و تعرق استاندارد شده SPEI، رطوبت خاک، شاخص درصد ناهنجاری SMAP19 و شاخص رواناب سطحی SRI برای بررسی خشکسالی استفاده کردند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که همبستگی معنادار و مثبتی بین این سه شاخص وجود دارد و شاخص SPEI در مقایسه با شاخص SPI شرایط واقعی‌تر و منطقی‌تری از خشکسالی مطالعه‌شده را نمایش می‌دهد. گائو<sup>۱۵</sup> و

مطالعه خشکسالی به عنوان یک پدیده طبیعی، که زندگی بیشتر مردم را در زمینه‌های منابع آب، کشاورزی، اقتصاد و... تحت تأثیر قرار می‌دهد، بسیار حائز اهمیت است. خشکسالی پس از یک دوره طولانی کم‌بارشی یا بدون بارش آشکار می‌شود. برای بررسی خشکسالی با توجه به شرایط می‌توان از داده‌های مطلق (شامل میزان بارش، مقدار رطوبت خاک و...) و یا مقیاس‌های نسبی (شامل شاخص SPEI<sup>۱</sup>، SPI<sup>۲</sup>، PNPI<sup>۳</sup>، RAI<sup>۴</sup> و...) استفاده کرد (یومال<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۱۷). بر اساس پژوهش‌های صورت گرفته در مبحث خشکسالی، مشخص شده است که بارندگی، دما، تبخیر، باد و رطوبت نسبی نقش مهمی در وقوع، شدت و تداوم خشکسالی دارد. با وجود این، بارش متغیر مهم‌تری در تعیین شروع، مدت، شدت و تداوم خشکسالی است. مک‌کی و همکاران، شاخص بارش استاندارد SPI را برای تعیین و پایش خشکسالی ارائه کردند (مک‌کی<sup>۶</sup> و همکاران، ۱۹۹۳). کم بودن تنوع داده‌های مورد نیاز و ساده بودن محاسبه شاخص SPEI، دلیل بر استفاده گسترده از آن شده است. تنها بررسی داده‌های بارش در تعیین خشکسالی یک منطقه را می‌توان یکی از اصلی‌ترین نقاط ضعف شاخص استاندارد شده بارش SPI در نظر گرفت. با توجه به این نکته که حدود ۸۰ درصد بارش از راه تبخیر و تعرق از دسترس خارج می‌شود (مک‌کی و همکاران، ۱۹۹۳) و طبق یافته‌های هو و ویلسون<sup>۷</sup> (۲۰۰۰) استفاده از متغیرهای دیگر نظیر دما و تبخیر و تعرق در بررسی خشکسالی لازم و ضروری است. به نظر می‌رسد در کنار شاخص SPEI، شاخص دیگری که دو عامل دما و تبخیر و تعرق را لحاظ نماید، ضروری است. اثر افزایش دما در تشدید خشکسالی به مراتب بیشتر از کاهش بارندگی است و این موضوع می‌تواند نقش مؤثر دما در تقویت یا تضعیف خشکسالی را تأیید کند. بر همین اساس می‌توان شاخص خشکسالی استاندارد شده بارش و تبخیر و تعرق SPEI را که ویسنته سرانو<sup>۸</sup> در ۲۰۱۰ عرضه کرد،

9. Potop  
10. Labudova  
11. Ming  
12. Penman-Monteith method  
13. Abiodun  
14. Zhang  
15. Gao

1. Standardized Precipitation Evapotranspiration Index  
2. Standardized Precipitation Index  
3. Percent of Anomaly Precipitation Index  
4. Rainfall Anomaly Index  
5. Uml, M. J  
6. McKee  
7. Hu and Willson  
8. Vicente-Serrano

همکاران (۲۰۱۷) شاخص خشکسالی SPEI را بر مبنای مدل  $CMIP5^1$  و  $RegCM4.0^2$  در منطقه فلات لوس چین بررسی کردند. آن‌ها به‌طور کلی به این نتیجه رسیدند که بخش مرکزی حوزه در حال مرطوب‌تر شدن است. بر اساس نتایج آن‌ها، منابع آب تحت شرایط گرم شدن کره زمین افزایش می‌یابد. سوه<sup>۳</sup> و همکاران (۲۰۱۸) دو مدل  $MAANN^4$  و  $WANFIS^5$  را برای پیش‌بینی شاخص SPEI در حوزه رودخانه انگیت در مالزی برای مقادیر یک، سه و شش ماهه بررسی کردند. نتیجه آن‌ها این بود که SPEI برای بیان می‌کند خطای مربوط به هر دو مدل برای SPEI یک‌ماهه بالا بوده و بر اساس نمودارها مشخص شد که مدل WANFIS، پیش‌بینی مناسب‌تری برای خشکسالی در بلندمدت در تمامی ایستگاه‌های مورد بررسی دارد. نصرتی (۲۰۱۴) با هدف بررسی خشکسالی هواشناسی با استفاده از شاخص تبخیر و تعرق استاندارد شده SPEI در ۱۰ ایستگاه سینوپتیک در گستره اقلیم‌های گوناگون ایران و مقایسه با شاخص بارش استاندارد شده SPI روشن ساخت که شاخص بارش استاندارد شده و شاخص بارش و تبخیر و تعرق استاندارد شده دارای همبستگی معنی‌داری است. اما شاخص بارش و تبخیر و تعرق استاندارد شده، پاسخ سریع‌تری در برابر خشکسالی دارد. زارع ایبانه و همکاران (۲۰۱۵) از شاخص بارش - تبخیر و تعرق استاندارد شده SPEI برای تحلیل خشکسالی تحت شرایط تأثیر تغییر اقلیم استفاده کردند و نتیجه گرفتند که مزیت شاخص SPEI نسبت به شاخص SPI این است که این شاخص، توانایی تشخیص اثر مقادیر تبخیر و تعرق و دما را در پیوند با گرمایش جهانی دارد. مصطفی‌زاده و ذبیحی (۲۰۱۶) در تحقیق خود به تحلیل و مقایسه شاخص SPI و SPEI با استفاده از نرم‌افزار R در ۷ ایستگاه هواشناسی در استان کردستان پرداختند. نتایج نشان داد شاخص SPEI، دوره‌های طولانی‌تری از خشکی را نمایش می‌دهد و همچنین با توجه به تأثیر دما در محاسبه SPEI، تفاوت قابل توجه بین مقادیر شاخص استاندارد مبتنی بر بارش و شاخص تبخیر و تعرق مبتنی بر دما، زمینه کارایی و صحت

شاخص SPEI را فراهم می‌کند. پیرنیا و همکاران (۱۳۹۷) به ارزیابی خشکسالی در استان گلستان با استفاده از شاخص‌های SPI و SPEI تحت شرایط اقلیمی حال و آینده پرداختند. این پژوهش نشان داد که نتایج شاخص SPEI واقعی‌تر و منطقی‌تر از نتایج شاخص SPI است، به‌طوری که ارزیابی خشکسالی بر اساس شاخص SPEI، شرایط خشکسالی شدیدتری را نسبت به شاخص SPI نشان داد. این نتایج با بسیاری از مطالعات، که شاخص SPEI را مفیدتر و کامل‌تر از سایر شاخص‌ها در ارزیابی خشکسالی معرفی کردند، مطابقت دارد (زینعلی و صفریان، ۲۰۱۷؛ مرادی و همکاران، ۲۰۰۶؛ نصرتی، ۲۰۱۴).

با توجه به مطالعات انجام شده در زمینه محاسبه شاخص‌های خشکسالی، برای نمونه برای محاسبه شاخص SPI تابع توزیع گاما بر داده‌های بارندگی تطابق مناسب‌تری دارد و در صورتی که قبل از محاسبه این شاخص داده‌های بارندگی توسط لین تابع نرمالیزه شوند، نتایج خشکسالی واقعی‌تر برآورد می‌شود. تابع توزیع احتمال، ابزار مؤثر و مفیدی برای توصیف جامع هر متغیر هواشناسی یا هیدرولوژی است (ولچک و هو، ۲۰۰۹). در بررسی‌های هیدرولوژی سعی می‌شود بر داده‌هایی که به‌صورت تجربی اندازه‌گیری و ثبت شده‌اند، توابع احتمالاتی مناسبی برازش داده شود و بهترین تابعی که با داده‌ها مطابقت دارد، به‌عنوان تابع توزیع احتمال برگزیده شود تا از روی آن به‌زای هر احتمال مشخص، مقدار متغیر مورد نظر به‌دست آید. ولچک و هو (۲۰۰۹) برای ارزیابی مناسب بودن توزیع گاما برای مقادیر بارندگی روزانه از آزمون‌های کلموگروف - اسمیرنوف و لیلیفورس<sup>۷</sup> در ۹۰ ایستگاه از جمهوری چک استفاده کردند. آن‌ها بر متفاوت بودن نتایج حاصل از دو آزمون تأکید و همچنین بیان داشتند که مقدار بارندگی زمستانه در بیش از ۴۰ درصد ایستگاه‌های مورد بررسی با توزیع گامای دو پارامتری مطابقت ندارد. ویسنت سرانو (۲۰۱۰) با بررسی توابع مختلف سه پارامتری، تابع چگالی احتمال لوگ-لجستیک<sup>۸</sup> سه پارامتری را دارای بهترین برازش بر مقادیر  $D_i$  تشخیص داد. استیج<sup>۹</sup> و همکاران (۲۰۱۵) نیز به مقایسه توزیع‌های فراوانی شاخص‌های

1. Coupled Model Inter-comparison Project Phase 5
2. regional downscaling model
3. Soh
4. Wavelet-ARIMA-ANN
5. Wavelet-Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System

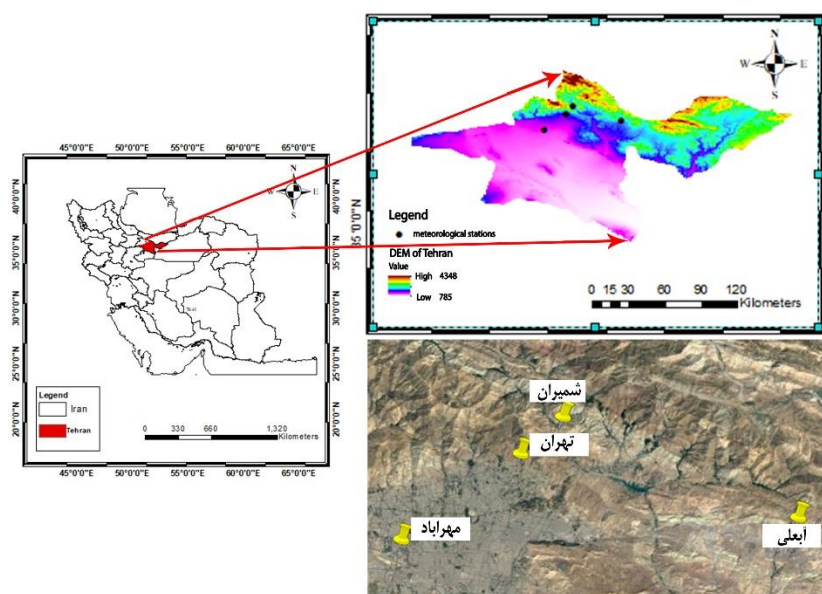
6. Vlček and Huth
7. Kolmogorov - Smirnov & Lilliefors test
8. Log. Logistic
9. Stagge

### مواد و روش‌ها

استان تهران در ۵۱ درجه و ۶ دقیقه تا ۵۱ درجه و ۳۸ دقیقه طول شرقی و ۳۵ درجه و ۳۴ دقیقه تا ۳۵ درجه و ۵۱ دقیقه عرض شمالی واقع شده است. متوسط بارندگی حدود ۲۳۳ میلی‌متر و دما بین ۱۱/۹ و ۲۲/۷ درجه سانتی‌گراد برآورد شده است. در این تحقیق از آمار ۳۱ سال (۱۹۸۷-۲۰۱۷) بارش و دما در مقیاس ماهانه استفاده شد. پس از کنترل کیفی و تصحیح و تکمیل آمار، آنالیز آماری بارش، بر اساس شاخص بارش استاندارد شده (SPI) و آنالیز آماری تبخیر و تعرق پتانسیل، بر اساس شاخص تبخیر و تعرق استاندارد شده (SPEI) صورت گرفته است. موقعیت قرارگیری ایستگاه‌های مطالعاتی در شکل (۱) و همچنین برخی از خصوصیات این ایستگاه‌ها در جدول (۱) آورده شده است.

خشکسالی SPI و SPEI در اروپا (بین عرض جغرافیایی ۳۴ تا ۷۲ درجه و طول ۱۳ تا ۳۲ درجه جنوبی) پرداختند. ایشان توزیع‌های دو پارامتری گاما و مقادیر حد عمومی را به ترتیب برای شاخص‌های SPI و SPEI مناسب تشخیص دادند.

تحقیق حاضر به دنبال یافتن مناسب‌ترین تابع توزیع برای شاخص SPEI در ایستگاه‌های مورد بررسی در استان تهران و همچنین مقایسه دو شاخص SPI و SPEI در بازه‌های زمانی مختلف است. به منظور بررسی مناسب‌ترین تابع توزیع سازگار با سری  $D_i$  به مقایسه P-Value بر حسب آزمون کولموگروف اسمیرنوف پرداخته شد؛ همچنین برای بررسی تطابق دو شاخص، نمودارهای ۱، ۳، ۶، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ماهه رسم و مقایسه دو شاخص به صورت نمودار نمایش داده شد. همچنین برای پی بردن به میزان تطابق، از نمودارهای قدرمطلق اختلاف مقادیر دو شاخص استفاده شد.



شکل (۱): موقعیت قرارگیری ایستگاه مطالعاتی در استان تهران

Figure (1): Position of the study station in Tehran province

جدول (۱): مشخصات ایستگاه مطالعه شده

Table (1): Description of the station studied

نام ایستگاه	طول جغرافیایی (UTM)	عرض جغرافیایی (UTM)	ارتفاع از سطح دریا (متر)	میانگین بارش (سالانه (میلی‌متر))	میانگین دما سالانه (سانتی‌گراد)	میانگین تبخیر و تعرق (سالانه (میلی‌متر))
آبعلی	۵۱°۵۳'	۳۵°۴۵'	۲۴۶۵/۲	۵۴۶	۹	۵۱/۷
شمیران	۵۱°۳۲'	۳۵°۵۱'	۱۵۵۱	۴۱۴	۱۵/۶	۷۵/۳۴
تهران	۵۱°۲۹'	۳۵°۴۸'	۱۵۴۹/۱	۲۳۴	۱۸	۹۱/۰۶
مهرباد	۵۱°۱۹'	۳۵°۴۱'	۱۱۹۰/۸	۲۳۵	۱۸	۹۰/۸۵

$$D_i = P_i - PET_i \quad (1)$$

این شاخص، مقدار ساده‌ای از مقدار اضافی یا کمبود آب هر ماه را به دست می‌دهد. محاسبه شاخص SPEI، مستلزم برازش توزیع احتمالاتی مناسب به سری طولانی مدت داده‌های  $D_i$  در بازه زمانی دلخواه است. در نتیجه برای محاسبه  $F(x)$  از توابع توزیع تجمعی مختلف استفاده شد تا در نهایت بهترین تابع توزیع تجمعی برای هر ایستگاه مشخص شود. شاخص SPEI با استفاده از رابطه (۲) به دست می‌آید:

$$SPEI = W - \frac{c_0 + c_1 w + c_2 w^2}{1 + d_1 + d_2 w^2 + d_3 w^3} \quad (2)$$

که مقادیر ثابت در فرمول بالا عبارت‌اند از:  $d_2 = 0.189269$ ،  $d_3 = 0.001308$ ،  $d_1 = 1/432788$ ،  $C_0 = 2/515517$ ،  $C_2 = 2/515517$ ،  $C_1 = 0.802853$  و مقدار  $W$  از رابطه  $w = \sqrt{-2 \ln(p)}$  حاصل می‌شود که در آن مقدار  $P$  برای  $P \leq 0.5$  برابر است با  $P = F(x)$  و برای  $P > 0.5$  برابر است با  $P = 1 - F(x)$  مقدار SPEI برعکس می‌شد (ویلچک و هوت، ۲۰۰۹). متوسط SPEI برابر صفر و انحراف معیار آن برابر 1 است. SPEI یک متغیر استاندارد شده است و می‌تواند با مقادیر دیگر SPEI در زمان و مکان دیگر مقایسه شود. در توسعه شاخص SPEI، از مفاهیم شاخص SPI استفاده شده است. بنابراین مقادیر طبقه‌های مختلف شدت خشکسالی در آن مشابه با طبقه‌های ارائه شده توسط ادوارد و مک‌کی برای شاخص SPI است که در جدول (۲) ارائه شده‌اند.

### انواع توزیع‌های تحت بررسی

در این بخش با استفاده از ۵ توزیع آماری بر روی مقادیر  $D_i$  ایستگاه‌های مورد بررسی طی دوره آماری طولانی مدت ۱۹۸۷-۲۰۱۷ بر اساس آزمون کلموگروف اسمیرنوف برحسب P-value به بررسی این موضوع پرداخته می‌شود که کدام توزیع برای برازش به داده‌های هر ایستگاه مناسب‌تر است.

برای بررسی نیکویی برازش توزیع‌های مختلف آماری با توزیع داده‌های مشاهداتی، از آزمون کولموگروف-اسمیرنوف استفاده شد. فرض صفر در این آزمون این است که بین توزیع تئوری و تجربی داده‌ها، اختلاف معنی‌داری وجود ندارد. این آزمون بیشترین اختلاف بین فرکانس‌های مورد

### شاخص بارش استاندارد (SPI)

این شاخص به منظور پایش خشکسالی اقلیمی ایالت کلرادو آمریکا توسط مک‌کی و همکاران در سال ۱۹۹۳ ابداع شد. شاخص SPI بر اساس تفاوت بارش از میانگین برای یک مقیاس زمانی مشخص و سپس تقسیم آن بر انحراف معیار به دست می‌آید و می‌تواند در مقیاس‌های زمانی مختلف محاسبه شود. مسئله اصلی در محاسبه شاخص SPI، برازش توزیع آماری مناسب روی اطلاعات بارندگی است. بسیاری از پژوهشگران از جمله مک‌کی و همکاران، توزیع آماری گاما را به عنوان تابع توزیع مناسب برای برازش بر روی داده‌های بارش پیشنهاد دادند (مصطفی‌زاده و ذبیحی، ۲۰۱۶) با توجه به اینکه پژوهشگران زیادی تابع گاما را برای محاسبه شاخص SPI معرفی کرده‌اند، در این تحقیق نیز داده‌های بارش با تابع گاما برازش داده شد و سپس در فرمول SPI قرار گرفت. طبقه‌بندی درجات خشکسالی و ترسالی شاخص SPI به صورت جدول (۲) است (لابودوا و همکاران، ۲۰۱۴).

جدول (۲): طبقه‌بندی خشکسالی بر اساس شاخص SPEI-SPI

مقدار SPI	طبقات خشکسالی
۲ یا بیشتر	ترسالی بسیار شدید <sup>۱</sup> (EW)
۱/۵ تا ۱/۹۹	ترسالی شدید <sup>۲</sup> (SW)
۱ تا ۱/۴۹	ترسالی متوسط <sup>۳</sup> (MW)
۰/۹۹ تا -۰/۹۹	نرمال <sup>۴</sup> (N)
-۱ تا -۱/۴۹	خشکسالی متوسط <sup>۵</sup> (MD)
-۱/۵ تا -۱/۹۹	خشکسالی شدید <sup>۶</sup> (SD)
کوچک‌تر یا مساوی -۲	خشکسالی بسیار شدید <sup>۷</sup> (ED)

### تشریح شاخص تبخیر و تعرق استاندارد شده (SPEI)

برای محاسبه شاخص SPEI در گام نخست باید مقدار تبخیر و تعرق در هر ماه برآورد شود. پس از محاسبه  $PET$ ، اختلاف بارش  $P$  و  $PET$  برای هر ماه  $i$  به صورت زیر محاسبه می‌شود:

1. Extremely Wet
2. Sever Wet
3. Moderately Wet
4. Normal
5. Moderately Drought
6. Severe Drought
7. Extremely Drought

تجمعی مورد انتظار است. این آزمون بر اساس حداکثر فاصله و اختلاف عمودی بین EDF و منحنی تابع توزیع تجمعی نرمال طراحی شده است. آماره کلموگراف-اسمیرنوف به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\left. \begin{aligned} D^+ &= \max_{i=1, \dots, n} [i/n - p_{(i)}] \\ D^- &= \max_{i=1, \dots, n} [p_{(i)} - (i-1)/n] \\ D &= \max[D^+, D^-] \end{aligned} \right\}$$

شاخص های SPI که از یک پارامتر و SPEI که از دو پارامتر بهره می برند، ناگزیر به استفاده از توابع توزیعی که بیش از سه پارامتر دارند، هستیم. همچنین نرم افزار ایزی فیت با توجه به نحوه توزیع داده ها توابع ویبول، فاتیگ لایف، لوگ لوجستیک و کوماراسویمی را که دارای بیش از سه پارامتر هستند، پیشنهاد داد. مقادیر شاخص SPEI با استفاده از چهار تابع توزیع فاتیگ لایف، ویبول (سه پارامتره)، لوگ لوجستیک و کوماراسویمی محاسبه شد. برای محاسبه توابع توزیع تجمعی مختلف در شاخص SPEI از روابط (۶)، (۷)، (۸) و (۹) استفاده شد.

$$F(x) = \varphi\left(\frac{1}{\alpha} \left( \sqrt{\frac{x-\gamma}{\beta}} \right)\right)$$

Fatigue life

(۶)

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x-\gamma}{\beta}\right)^\alpha\right)$$

Weibull

(۷)

$$F(x) = \left(1 + \left(\frac{\beta}{X-\gamma}\right)^\alpha\right)^{-1}$$

Log logistic

(۸)

$$F(x) = 1 - (1 - Z^{\alpha_1})^{\alpha_2}$$

kumaraswamy

(۹)

## نتایج

### نتایج انتخاب مناسب ترین تابع توزیع

نتایج حاصل از انتخاب مناسب ترین تابع توزیع برازش یافته بر داده های Di بر اساس آزمون کلموگراف-اسمیرنوف در محیط نرم افزار ایزی فیت انجام شد که در جدول (۳) ارائه شده است.

انتظار و واقعی (به صورت قدرمطلق) اندازه گیری شده در دسته های مختلف است.

$$D = \max |f(x) - f^{\wedge}(x)| \quad (۳)$$

f فرکانس نسبی تجمعی واقعی و f<sup>^</sup> فرکانس نسبی

$$\text{s.t. } p_{(i)} = \Phi\left(\frac{x_{(i)} - \bar{x}}{\sigma}\right) \quad (۴)$$

که در آن، D<sup>+</sup> و D<sup>-</sup> به ترتیب، بزرگ ترین فاصله عمودی بالا و پایین منحنی تابع توزیع تجمعی نرمال هستند. فرض صفر (نرمال بودن داده ها) وقتی رد می شود که مقدار D از یک مقدار بحرانی انتخاب شده معین تجاوز کند. این مقدار بحرانی در جدول های معینی ارائه شده است. اما به منظور مرتفع ساختن نیاز به جدول از رابطه (۵) استفاده می شود:

$$D^* = D(\sqrt{n} - 0.01 + 0.85/\sqrt{n}) \quad (۵)$$

مقادیر بحرانی برای سطوح معنی داری ۰/۰۱ و ۰/۰۵ و ۰/۰۱ به ترتیب ۰/۸۱۹ و ۰/۸۹۵ و ۱/۰۳۵ است.

برای محاسبه احتمال وقوع خشکسالی به وسیله

که z در معادله (۱۰) به شکل زیر محاسبه می شود:

$$z = \frac{x-a}{b-a} \quad (۱۰)$$

جدول (۳): خصوصیات آماری آزمون کلموگراف-اسمیرنوف برحسب داده‌های (Di) سالانه ایستگاه‌های هدف

Table (3): Statistical Characteristics of Kolmogorov-Smirnov Test in terms of (Di) annual data of target station

Distribution	مهرآباد			آبعلی			تهران			شمیران		
	Statistic	P-Value	Rank	Statistic	P-Value	Rank	Statistic	P-Value	Rank	Statistic	P-Value	Rank
kumaraswamy	۰/۱۲۷	۰/۵۵۵	۱	۰/۱۵۵	۰/۳۳۱	۴	۰/۱۰۹	۰/۷۵۳	۱	۰/۱۵۵	۰/۳۳۱	۴
Weibull	۰/۱۳۳	۰/۵۰۰	۲	۰/۱۲۲	۰/۶۲۷	۱	۰/۱۲۴	۰/۶۰۷	۲	۰/۱۲۲	۰/۶۲۷	۱
fatigue life	۰/۱۴۲	۰/۴۲۲	۳	۰/۱۲۹	۰/۵۵۴	۲	۰/۱۲۶	۰/۵۸۵	۳	۰/۱۲۹	۰/۵۵۴	۲
Log. Logistic	۰/۱۴۷	۰/۳۷۹	۴	۰/۱۳۶	۰/۴۸۸	۳	۰/۱۳۱	۰/۵۴۱	۴	۰/۱۳۶	۰/۴۸۸	۳
R <sup>2</sup>	۰/۷۷			۰/۹۷			۰/۸۷			۰/۹۶		
ME	-۰/۳۶۱			-۰/۵۴۸			-۰/۵۱۰			-۰/۵۰۵		
RMSE	۰/۹۵۶			۰/۹۱۵			۰/۹۷۷			۰/۸۸۳		

مارس و دسامبر توزیع فاتیگ لایف مناسب‌ترین توزیع شناخته شد و همچنین برای ماه‌های مارس و ژوئن در ایستگاه شمیران توزیع فاتیگ لایف بهترین توزیع و برای ماه آوریل توزیع کوماراسویمی مناسب‌ترین توزیع معرفی شد و در بقیه ماه‌های سال، توزیع لوگ لوجیستیک مناسب تشخیص داده شد.

برای نمونه می‌توان بیان کرد که برای ماه مارس بهترین توابع توزیع برای دواستگاه مهرآباد و تهران با مقدار R<sup>2</sup> ۰/۹۳۰۹ و ۰/۹۲۶۳ تابع لوگ لوجیستیک و تابع فتیگ لایف برای ایستگاه‌های شمیران و آبعلی با مقدار R<sup>2</sup> ۰/۸۸۳۲ و ۰/۹۵۹۷ انتخاب شد.

با استفاده از این آزمون و توجه به مقدار P-Value، در بین تمامی توزیع‌های ارائه شده، تابع توزیع ویبول برازش بهتری را برای ایستگاه‌های شمیران و آبعلی نشان می‌دهد، همچنین تابع کوماراسویمی بهترین برازش را برای ایستگاه مهرآباد و تهران دارد. همچنین در بررسی شرایط Di به تفکیک Di ماهانه و بررسی توزیع آماری مناسب با استفاده از آزمون کلموگراف-اسمیرنوف، جدول (۴) تهیه شد و مشخص شد که در ایستگاه‌های مهرآباد و تهران برای ماه‌های آوریل، مه و ژوئیه مناسب‌ترین توزیع فاتیگ لایف و برای ماه ژوئن توزیع ویبول مناسب تشخیص داده شد. در ایستگاه آبعلی برای ماه ژانویه، توزیع کوماراسویمی و برای ماه‌های

جدول (۴): بهترین توزیع آماری برحسب آزمون کلموگراف-اسمیرنوف به تفکیک داده‌های (Di) ماهانه

Table (4): The best statistical distribution based on Kolmogorov-Smirnov test, by dividing the monthly (Di) data

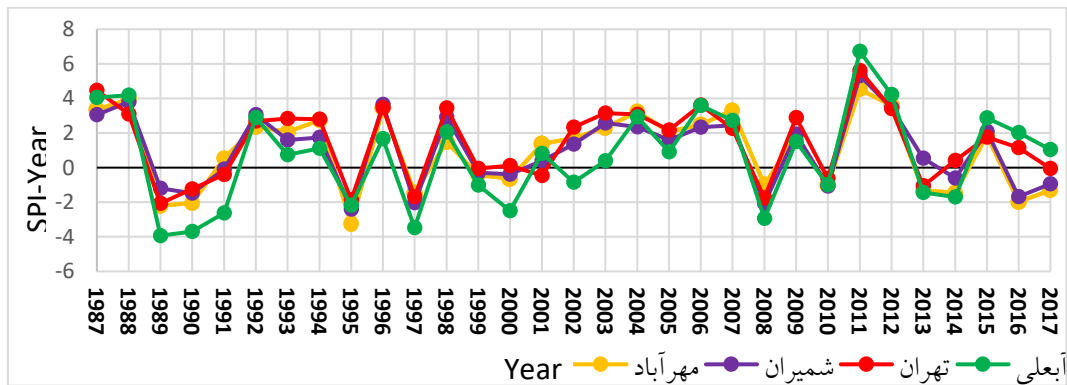
Month	مهرآباد	آبعلی	تهران	شمیران
JAN	Log. Logistic	Kumaraswamy	Log. Logistic	Log. Logistic
FEB	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic
MAR	Log. Logistic	Fatigue life	Log. Logistic	Fatigue life
APR	Fatigue life	Log. Logistic	Fatigue life	Kumaraswamy
MAY	Fatigue life	Log. Logistic	Fatigue life	Log. Logistic
JUNE	Weibull	Log. Logistic	Weibull	Fatigue life
JULY	Fatigue life	Log. Logistic	Fatigue life	Weibull
AUG	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic
SEP	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic
OCT	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic
NOV	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic	Log. Logistic
DEC	Log. Logistic	Fatigue Life	Log. Logistic	Log. Logistic



همچنین میزان پایین تبخیر و تعرق پتانسیل از توزیع لوگ لوجیستیک و در نیمه گرم سال (بهار تا اوایل تابستان)، از توزیع های آماری متنوع تری پیروی می کند.

**نتایج حاصل از محاسبه و مقایسه شاخص SPI و SPEI**  
مطابق شکل (۲)، مقادیر به دست آمده برای شاخص خشکسالی SPI با فرض پیروی مقدار بارندگی از توزیع گاما طی دوره زمانی مطالعه شده (۱۹۸۷-۲۰۱۷) برای چهار ایستگاه شمیران، آبعلی، مهرآباد و تهران ارائه شده است.

با توجه به این نکته که تمامی ایستگاه های مورد بررسی از نظر شرایط اقلیمی تا حدودی در منطقه ای همگن قرار دارند، دلیل تغییر توزیع آماری مناسب برای هر ماه به دلیل نوسانات فصلی دما و بارش در کشور ایران است و می توان بیان کرد که با تغییر رژیم بارشی متأثر از تغییر فصل و همچنین نوسانات دمایی حاصل از تغییر زاویه تابش خورشید، مناسب ترین تابع توزیع نیز تغییر می کند. روی هم رفته ایستگاه های مورد بررسی در نیمه سرد سال و اواخر تابستان با توجه به مقادیر بالای بارش و کاهش دما و

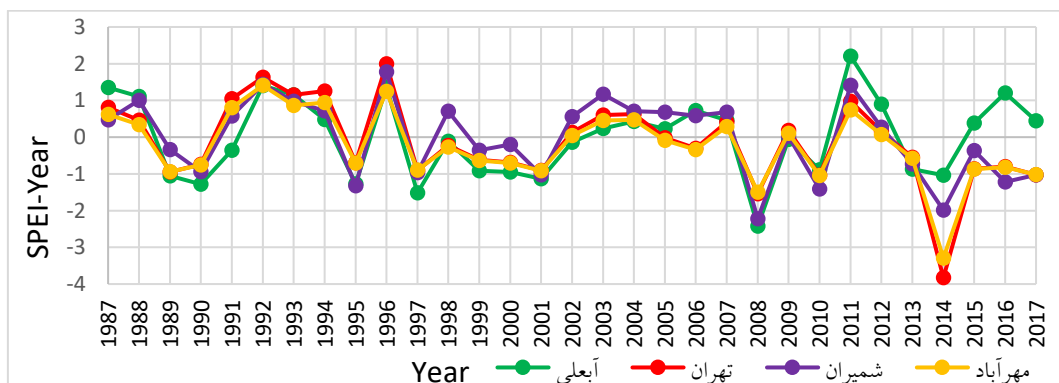


شکل (۲): مقادیر شاخص SPI در دوره زمانی ۱۹۸۷-۲۰۱۷ برای ایستگاه های شمیران، آبعلی، مهرآباد و تهران

Figure (2): SPI index values for the period of 1987-1987 for Shamiran, Abali, Mehrabad and Tehran stations

همان طور که مشاهده می شود، روند تغییرات به دست آمده برحسب بارش سالانه است. در حالت کلی همان طور که مشاهده می شود از سال ۱۹۸۹ تا ۱۹۹۱ یک دوره تداوم خشکسالی و از سال ۲۰۰۲ تا ۲۰۰۷ یک دوره تداوم ترسالی با طول دوره نسبتاً طولانی مشاهده می شود. مطابق شکل (۲) مشاهده می شود که ایستگاه آبعلی، بیشترین SPI با مقدار ۶/۷۱ در سال ۲۰۱۱ داشته که نشان دهنده بارندگی بسیار خوب برای این ایستگاه است و کمترین مقدار SPI که

نشان دهنده خشکسالی بسیار شدید است، برای ایستگاه آبعلی در سال ۱۹۸۹ با مقدار  $-3/390$  به دست آمده است. به طور کلی تمامی ایستگاه ها در شرایط خشکسالی تا حد زیادی منطبق بر هم بوده و تنها در دوره های کوتاهی این انطباق بر هم خورده است. مطابق شکل (۳)، مقادیر به دست آمده برای شاخص خشکسالی SPEI برای دوره زمانی مطالعه شده (۱۹۸۷-۲۰۱۷) برای چهار ایستگاه شمیران، آبعلی، مهرآباد و تهران ارائه شده است.



شکل (۳): مقادیر شاخص SPEI در دوره زمانی ۱۹۸۷-۲۰۱۷ برای ایستگاه های شمیران، آبعلی، مهرآباد و تهران

Figure (3): SPEI Index values for the period 1987-1987 for Shamiran, Abalei, Mehrabad and Tehran stations



می‌توان دلیل اینکه در سال ۲۰۱۴ شاخص خشکسالی SPEI خشکسالی شدید را نشان می‌دهد، افزایش شدیدتر دما و تبخیر و تعرق و همچنین کاهش بارندگی دانست. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقادیر بالای صفر، نشان‌دهنده ترسالی و مقادیر کمتر از صفر، وضعیت خشکسالی را نمایش می‌دهد. دو دوره مداوم ترسالی در سال‌های ۱۹۹۱ تا ۱۹۹۴ و ۲۰۰۲ تا ۲۰۰۷ دیده می‌شود و در سال‌های ۱۹۸۹ تا ۱۹۹۱، ۱۹۹۷ تا ۲۰۰۱ و ۲۰۱۳ تا ۲۰۱۷ خشکسالی‌های مداوم در اکثر ایستگاه‌ها دیده می‌شود. همچنین بیشترین مقدار ترسالی برای ایستگاه ابعلی در سال ۲۰۱۱ با مقدار ۲/۲۰ است که نشان‌دهنده بارندگی خوب و دمای مناسب و همچنین تبخیر و تعرق پایین در این سال بوده است و بیشترین مقدار خشکسالی متعلق به ایستگاه تهران با مقدار ۳/۸۲- در سال ۲۰۱۴ است. در سال‌های ۲۰۱۵ تا ۲۰۱۷، ایستگاه ابعلی روندی متفاوت از دیگر ایستگاه‌های مورد بررسی نشان می‌دهد و علی‌رغم اینکه دیگر ایستگاه‌ها در این دوره سه‌ساله، شرایط خشکسالی را نمایش می‌دهند، ایستگاه ابعلی شرایط ترسالی را نمایش می‌دهد. جدول (۵) تعداد، تداوم و شدت خشکسالی‌های بسیار شدید و شدید را در ایستگاه‌های مورد بررسی برای دو شاخص SPI و SPEI در بازه‌های زمانی ۱، ۳، ۶، ۱۲ و ۲۴ ماهه نشان می‌دهد.

جدول (۵): تعداد، تداوم، شدت خشکسالی در مقیاس‌های زمانی ۱، ۳، ۶، ۱۲، ۲۴ ماهه برای دو شاخص SEI و SPI

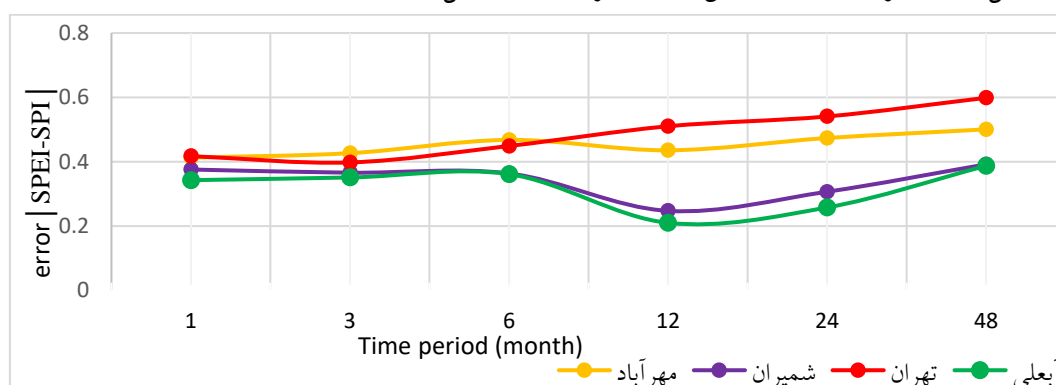
Table 5. Number, continuity, intensity of drought at the time scale of 24, 12, 6, 3, 1 months for the SPI and SEI indicators

شاخص خشکسالی SPI				شاخص خشکسالی SPEI				نام ایستگاه
شدیدترین مقدار خشکسالی	طولانی‌ترین دوره خشکسالی (ماه)	تعداد DE	تعداد SD	شدیدترین مقدار خشکسالی	طولانی‌ترین دوره خشکسالی (ماه)	تعداد ED	تعداد SD	
یک‌ماهه								
-۰/۹۱	۸	۰	۰	-۲/۳۰	۶	۱۳	۱	تهران
-۱/۴۸	۸	۰	۰	-۲/۵۸	۸	۳۱	۹	ابعلی
-۱/۱۳	۸	۰	۰	-۲/۲۰	۷	۲۸	۳	شمیران
-۱/۲۵	۸	۰	۰	-۲/۳۲	۶	۱۳	۱	مهرآباد
سه‌ماهه								
-۱/۸۰	۸	۰	۰	-۴/۶۴	۶	۱۵	۵	تهران
-۳/۱۰	۷	۲۰	۱۷	-۲/۲۴	۶	۴۱	۵	ابعلی
-۲/۸۴	۹	۱۶	۱۴	-۲/۰۹	۷	۳۴	۲	شمیران
-۲/۹۷	۸	۱۴	۱۸	-۲/۳۹	۶	۱۷	۴	مهرآباد
شش‌ماهه								
-۲/۸۱	۱۶	۲۶	۱۳	-۴/۲۰	۶	۱۵	۷	تهران
-۳/۰۸	۹	۱۹	۱۵	-۲/۹۱	۸	۳۲	۷	ابعلی
-۲/۸۲	۱۶	۱۸	۱۶	-۲/۴۹	۶	۲۵	۱۱	شمیران
-۳/۰۹	۱۶	۲۰	۱۲	-۲/۲۴	۶	۱۵	۶	مهرآباد
دوازده‌ماهه								
-۲/۷۲	۳۷	۱۴	۹	-۳/۳۹	۵۹	۱۵	۱۰	تهران
-۲/۴۳	۳۹	۲۵	۷	-۲/۷۱	۴۱	۲۵	۹	ابعلی
-۲/۸۹	۳۷	۸	۹	-۳/۱۴	۵۴	۱۳	۶	شمیران
-۲/۸۹	۳۹	۱۸	۹	-۳/۴۴	۵۹	۱۵	۹	مهرآباد
بیست و چهار ماهه								
-۲/۱۵	۵۱	۳۰	۲	-۳/۲۷	۶۴	۱۷	۶	تهران
-۲/۳۲	۵۹	۳۰	۵	-۲/۷۰	۶۰	۱۷	۱۱	ابعلی
-۱/۸۷	۵۱	۱۹	۰	-۲/۷۲	۵۱	۲۲	۶	شمیران
-۲/۵۲	۵۱	۱۵	۱۰	-۳/۲۷	۶۸	۱۹	۶	مهرآباد

آب و هوایی را از لحاظ شدت خشک تر و همچنین شروع خشکسالی را در بازه های زمانی کوتاه سریع تر نشان می دهد که می توان دلیل بر حساسیت شاخص SPEI به تغییرات بارندگی و منظور نمودن پارامتر درجه حرارت در لین شاخص باشد.

به منظور بررسی تطابق بین دو شاخص SPI و SPEI در بازه های زمانی مختلف، نمودار قدر مطلق اختلاف مقادیر دو شاخص بین این دو شاخص در همه ایستگاه تهیه گردید و در شکل (۴) آورده شده است.

همان طور که در جدول (۵) ملاحظه می شود، در بازه زمانی یک ماهه، شاخص SPI هیچ گونه خشکسالی بس پار شدید یا شدیدی را نمایش نمی دهد؛ اما شاخص SPEI در بازه زمانی یک ماهه تعداد قابل ملاحظه ای از خشکسالی را نشان می دهد؛ این تفاوت ناشی از محاسبه تبخیر و تعرق و همچنین دخالت دما در برآورد شاخص SPEI است. در مقایسه شدت خشکسالی بین دو شاخص مشخص شد که شاخص SPI، خشکسالی را با شدت کمتری نشان می دهد و می توان در کل نتیجه گرفت که شاخص SPEI شرایط

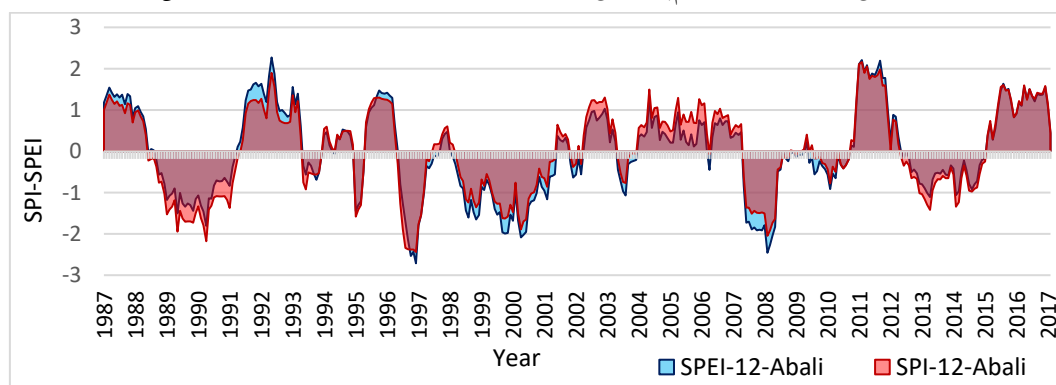


شکل (۴): قدر مطلق اختلاف مقادیر شاخص SPI و SPEI در بازه های زمانی ۱، ۳، ۶، ۱۲، ۲۴ و ۴۸ ماهه در ایستگاه های هدف

Figure (4): The absolute difference between SPI and SPEI values in the 1, 3, 6, 12, 24 and 48-month intervals in target stations

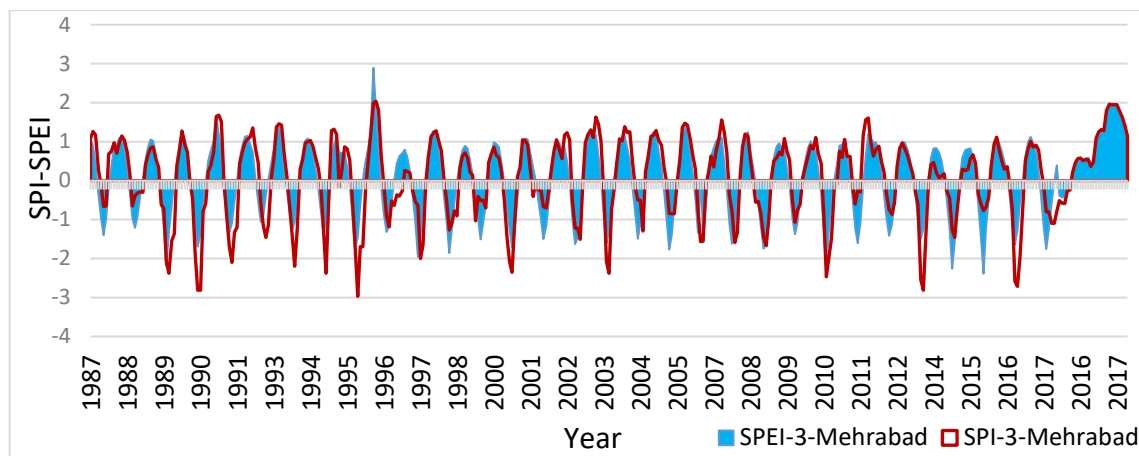
همان طور که در شکل (۴) ملاحظه می شود با افزایش طول بازه زمانی، خطای ایجاد شده بیشتر می شود و این نتیجه به این معنی است که در بازه های زمانی کوتاه، دو شاخص تطابق بهتری بر هم داشته و در بررسی های بلندمدت (بازه زمانی ۲۴-۴۸ ماهه)، دو شاخص به خوبی بر هم منطبق نیستند. ایستگاه آبعلی با کمترین خطا در تمامی بازه های زمانی بهترین تطابق را نمایش می دهد. لذا می توان دلیل مناسب تر بودن ایستگاه آبعلی برای نمایش هم پوشانی دو

شاخص SPI و SPEI را بیشترین میزان دما و تبخیر و تعرق بین ایستگاه های مورد بررسی بیان کرد. با وجود این می توان نتیجه گیری کرد که دو شاخص خشکسالی مورد بررسی در مناطق اقلیمی مرطوب با دمای پایین بر هم انطباق خوبی دارند. برای نمونه تطابق دو شاخص SPI و SPEI برای ایستگاه آبعلی در بازه زمانی ۱۲ ماهه و سالانه در شکل های (۵) و (۷) و در بازه زمانی سه ماهه برای ایستگاه Mehrabad در شکل (۶) آورده شده است.



شکل (۵): انطباق دو شاخص SPI و SPEI در بازه زمانی ۱۲ ماهه برای ایستگاه آبعلی

Figure (5): Adjustment of SPI and SPEI indicators for a period of 12 months for Abali Station



شکل (۶): انطباق دو شاخص SPI و SPEI در بازه زمانی سه ماهه برای ایستگاه مهرآباد

Figure (6): Adjustment of SPI and SPEI indicators for a period of 3 months for Mehrabad Station

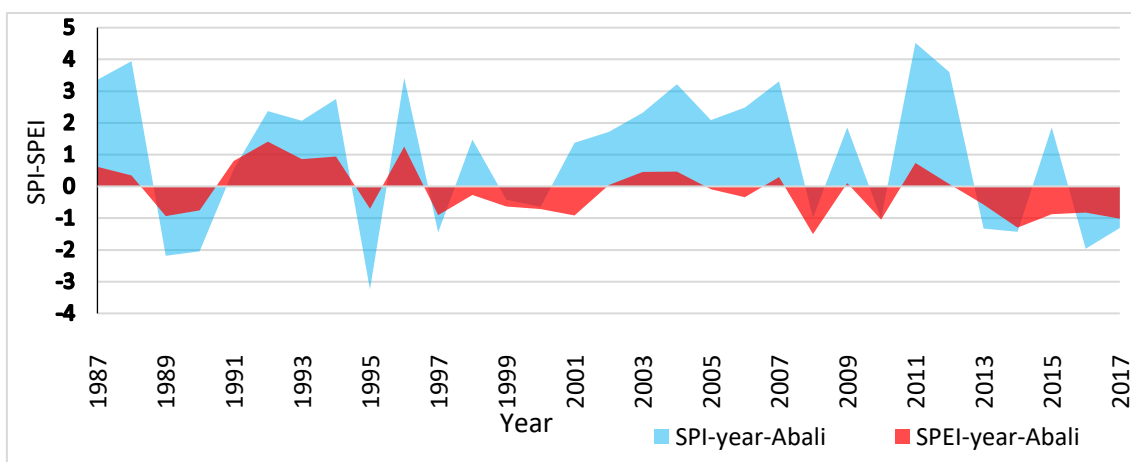
با محاسبه میانگین ۱۲ ماه قبل (میانگین متحرک) میان شاخص در ماه مورد نظر محاسبه می‌شود.

با توجه به شکل (۵) که انطباق خوبی از دو شاخص نشان می‌دهد، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که بارش و دما با هم ارتباط مستقیمی دارند؛ یعنی در صورت کاهش بارش افزایش دما و در نتیجه، افزایش تبخیر و تعرق را خواهیم داشت که هر دو شاخص یک روند را طی می‌کنند.

برای نمونه، نمودار مقادیر سالانه شاخص بارش نرمال و تبخیر و تعرق استاندارد در ایستگاه آبدلی مطابق شکل (۷) آورده شده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، روند صعودی و نزولی هر دو شاخص بر هم منطبق بوده به این معنا که با افزایش روند خشکسالی با توجه به شاخص SPI، شاخص SPEI نیز همان روند را با شدت کمتری نشان می‌دهد.

همان‌گونه که در شکل (۵) دیده می‌شود، تفاوت مقدار دو شاخص در شدیدترین مورد در سال ۱۹۹۷ میلادی،  $0/63$  است؛ به این معنا که در هر سالی که روند شاخص خشکسالی بارش نرمال کاهش می‌یابد، شاخص تبخیر و تعرق استاندارد شده نیز روندی نزولی را طی می‌کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که این دو شاخص در این بازه زمانی انطباق خوبی داشته و می‌توان با میانگین خطای  $\pm 0/209$  مقدار یکی را از دیگری برآورد کرد. در نتیجه کاهش و یا افزایش میزان بارندگی به‌طور مستقیم بر کاهش و افزایش میزان تبخیر و تعرق و دما اثرگذار است.

تفاوت دو شاخص در بازه ۱۲ ماهه و سالانه به دلیل نوع میانگین‌گیری برای دو بازه زمانی است. برای محاسبه مقادیر هر دو شاخص به صورت سالانه جمع مقدار شاخص برای ۱۲ ماه هر سال بر تعداد ماه‌ها تقسیم شد اما در بازه ۱۲ ماهه،



شکل (۷): مقادیر شاخص SPI و SPEI سالانه برای ایستگاه آبدلی

Figure (7): SPI and SPEI Index values for Abali Station

نکته قابل توجه در این شکل این است که در بازه زمانی سالانه، تغییرات شاخص بارش استاندارد بیشتر بوده و بازه ۳/۲۵- تا ۴/۵۱ را در بر می‌گیرد. اما بازه تغییرات مقدار شاخص SPEI از ۱/۵۰- تا ۱/۴۰ بوده که بازه کوچک‌تری است. بنابراین می‌توان نتیجه‌گیری کرد که در بررسی خشکسالی با داده‌های سالانه، شاخص SPEI شرایط نرمال‌تری را نمایش می‌دهد؛ اما شاخص SPI به دلیل بررسی تنها پارامتر بارش و چشم‌پوشی از شرایط دمایی و تبخیر و تعرق در دوره‌هایی که دارای بارش مناسبی بوده‌اند، ترسالی‌های شدیدتری نمایش داده است.

### بحث و نتیجه‌گیری

به منظور بررسی خشکسالی استان تهران بر اساس آزمون کلموگروف-اسمیرنوف و پنج توزیع آماری برای محاسبه شاخص خشکسالی SPEI بر اساس مقادیر  $D_i$  مشخص شد استان تهران از یک توزیع آماری همسان پیروی نمی‌کند؛ مقادیر بارش، دما و تبخیر و تعرق متفاوت هر ایستگاه توزیع آماری خاصی را برازش می‌کنند. دلیل یکسان نبودن توابع توزیع برای هر ایستگاه را می‌توان تنوع اقلیمی بیان کرد. بنابراین نمی‌توان با استناد به توزیع آماری خاصی به پیش‌بینی اقلیمی یا پایش خشکسالی‌ها پرداخت. با توجه به نتایج این تحقیق مشخص می‌شود که تنوع توزیع آماری بر پایه تنوع مکانی و زمانی (ماه‌های متفاوت) است. در این تحقیق فرض بر این بوده است که علاوه بر تنوع مکانی که باعث تنوع توزیع آماری می‌شود، تنوع درون‌سالی مقادیر  $D_i$  نیز وجود دارد که بررسی‌های انجام‌شده، این فرض را اثبات کرد. بنابراین در پایش خشکسالی یا دیگر مطالعات اقلیم آماری باید به این موضوع توجه کرد؛ زیرا فصول گرم سال از نظر بارش، تبخیر و تعرق و دما با فصول سرد سال متفاوت هستند، بنابراین از لحاظ توزیع آماری نیز متفاوت عمل می‌کنند. روی هم‌رفته ایستگاه‌های مورد بررسی در استان تهران در نیمه سرد سال تا اواخر تابستان از توزیع لوگ‌لوژیستیک و در نیمه گرم سال تا اواخر بهار از توزیع‌های آماری متنوع‌تری پیروی کرده است. از دستاوردهای مهم این پژوهش اینکه با به‌کارگیری تکنیک‌های

جدید و آزمون توزیع‌های مختلفی که در علم آمار وجود دارد، می‌توان توزیع‌هایی را شناسایی کرد که با دقت بیشتر، مقادیر متغیرهای هیدرولوژیکی را در بازه‌های زمانی مختلف برآورد کنند تا بدین‌وسیله بتوان برآورد دقیق‌تری از وضعیت خشکسالی داشت. برای نمونه در ایستگاه تهران تابع کوماراسویمی با مقدار P-Value ۰/۷۵ مناسب‌تر از تابع پیشنهادی دیگر محققان برای محاسبه شاخص SPEI که لوگ‌لوژیستیک است (با مقدار P-Value ۰/۵۴) انتخاب شد.

نتایج نشان داد رفتار دو شاخص SPI و SPEI در بازه‌های زمانی ماهانه به‌خصوص در مناطق مرطوب‌تر (ایستگاه آبعلی) و در بازه زمانی ۱۲ ماهه بس‌پار مشابه یکدیگرند. دلیل این امر را این‌گونه می‌توان بیان کرد که در مناطق مرطوب به دلیل بارش بالا میزان تبخیر و تعرق کاهش یافته و این تعادل بین بارش و تبخیر و تعرق تطابق سیر صعودی و نزولی را در مقدار هر دو شاخص بهتر نشان می‌دهد، اما در مناطق خشک با وجود بارش کم باز هم میزان تبخیر و تعرق بالقوه همچین بالا می‌ماند که همین موضوع باعث می‌شود دو شاخص خشکسالی در مناطق خشک به‌خوبی مناطق مرطوب بر هم منطبق نشوند. همچنین مشخص شد دو شاخص مورد بررسی در بازه زمانی سالانه تطابق مناسبی بر هم نداشته و نمی‌توان رفتار مشابهی از دو شاخص را در مطالعه خشکسالی با داده‌های سالانه انتظار داشت.

همچنین شدت کل واقعه‌های خشکسالی به‌خصوص شدیدترین خشکسالی توسط شاخص SPEI برای تمامی بازه‌های زمانی، به مقدار بیشتری پایش شده است که دلیل بر حساسیت این شاخص به تغییرات بارندگی است. هرچند بارندگی نقش ویژه‌ای در تغییرات زمانی خشکسالی ایفا می‌کند، تأثیر درجه‌حرارت معنی‌دار بوده و موجب تشدید پدیده خشکسالی می‌شود. با توجه به داده‌های هواشناسی که در دو ایستگاه تهران و مهرآباد در سال‌های مورد بررسی بسیار به هم نزدیک بوده، علت تفاوت در مقادیر خشکسالی در این دو ایستگاه را می‌توان این‌گونه توجیه کرد: از آنجا که ایستگاه تهران در مقایسه با ایستگاه مهرآباد ارتفاعی بیشتری

دارد و این افزایش ارتفاع باعث جذب تابش خورشیدی بیشتر می‌شود که امکان تبخیر و تعرق را بالا می‌برد، وضعیت خشکسالی در شاخص SPEI که میزان تبخیر و تعرق را در خود لحاظ می‌کند، با میزان شاخص SPI که تنها میزان بارش در آن لحاظ می‌شود متفاوت است.

طبق نتایج گرفته‌شده، شاخص تبخیر و تعرق استاندارد شده علاوه بر اینکه مزیت‌های اصلی شاخص SPI را دارد، اعم از چندمقیاسی بودن و استفاده از حداقل پارامترهای هواشناسی، دارای دقت بیشتری است.

## منابع

1. Abiodun, B. J., Lischeid, G., 2017. "Impacts of climate change on hydro-meteorological drought over the Volta Basin, West Africa", *Global and Planetary Change*. Elsevier, 155, pp. 121–132.
2. Hu, Q. S., Willson, G. D., 2000. "Effects of temperature anomalies on the Palmer Drought Severity Index in the central United States".
3. Gao, X. *jesphys*. 2016. 57881. *et al.* 2017. "Temporal and spatial evolution of the standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI) in the Loess Plateau under climate change from 2001 to 2050", *Science of the Total Environment*. Elsevier B.V., 595, pp. 191–200. doi: 10.1016/j.scitotenv.2017.03.226.
4. Labudova, L., Schefczyk, L., Heinemann, G., 2014. "The comparison of the SPI and the SPEI using COSMO model data in two selected Slovakian river basins", in *EGU General Assembly Conference Abstracts*.
5. Mckee, T. B., Doesken, N. J., Kleist, J., 1993. "The relationship of drought frequency and duration to time scales", *AMS 8th Conference on Applied Climatology*, (January), pp. 179–184. doi: citeulike-article id:10490403.
6. Ming, B. Guo, Y., Tao, Hong B., 2015. "SPEIPM-based research on drought impact on maize yield in North China Plain", *Journal of Integrative Agriculture*. Chinese Academy of Agricultural Sciences, 14(4), pp. 660–669. doi: 10.1016/S2095-3119(14)60778-4.
7. Moradi, S., Smakhtin, V. and Moghaddasi, M., 2006. "Comparison of seven meteorological indices for drought monitoring in Iran", *International journal of climatology*. Wiley Online Library, 26(7), pp. 971–985.
8. Mostafazadeh, R., Zabihi, M., 1395. "Analysis and Comparison of SPI and SPEI Indices in Meteorological Meteorological Measurement Using R Software (Case Study: Kurdistan Province)", *Physics of Earth and Space*, 42 (3), pp. 633-643. doi: 10.22059
9. Nosrati, K., 1993. "Standardized Evapotranspiration Index (SPEI) Evaluation for Drought Detection in Different Climates of Iran", *Environmental Sciences Quarterly*, pp. 63-74 Oguntunde, P. G.
10. Pirnia, A., Golshan, M., Began, S., Soleimani, K., 1397. "Evaluation of Drought Status in the Salt Basin (upstream of Golestan Dam) Using SPI and SPEI Indices Under Present and Future Climatic Conditions", *Ecohydrology*, 5 (1), pp. 215-228. doi: 10.22059 / yy.2018.239226.689
11. Potop, V., Boroneanț, C., Možný, M., 2014. "Observed spatiotemporal characteristics of drought on various time scales over the Czech Republic", *Theoretical and applied climatology*. Springer, 115(3–4), pp. 563–581.
12. Soh, Y. W., Koo, C. H., Huang, Y. F., 2018. "Application of artificial intelligence models for the prediction of standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI) at Langat River Basin, Malaysia", *Computers and Electronics in Agriculture*. Elsevier, 144 (September 2017), pp. 164–173. doi: 10.1016/j.compag.2017.12.002.
13. Stagge, J. H., Tallaksen, Lena M., Gudmundsson, L., Van Loon, A. F., Stahl, K., 2015. "Candidate distributions for climatological drought indices (SPI and SPEI)", *International Journal of Climatology*. Wiley Online Library, 35(13), pp. 4027–4040.
14. Uml, M. J. Kim, Y., Park, Daeryong. K., 2017. "Effects of different reference periods on drought index (SPEI) estimations from 1901 to 2014", *Hydrology and Earth System Sciences*, 21(10), pp. 4989–5007. doi: 10.5194/hess-21-4989-2017.
15. Vicente-Serrano, S. M., Beguería, S., López-Moreno, J. I., 2010. "A multiscale drought index sensitive to global warming: the standardized precipitation evapotranspiration index", *Journal of climate*, 23(7), pp. 1696–1718.

16. Vlček, O., Huth, R., 2009. "Is daily precipitation Gamma-distributed?: Adverse effects of an incorrect use of the Kolmogorov–Smirnov test", *Atmospheric Research*. Elsevier, 93(4), pp. 759–766.
17. Zare Abyaneh. H, M. Ghabaei Sough, A. M., 2015. "Drought Monitoring Based on Standardized Precipitation Evapotranspiration Index (SPEI) Under the Effect of Climate Change", *journal of water and Soil*, 29(2), pp. 374–392.
18. Zeinali, B., Safarian Zangier, V., 1396. "Drought monitoring in Urmia Lake basin using fuzzy index", *natural hazards*, 6 (12), pp. 37-62. do: 10.22111 / etch.2017.3075
19. Zhang, Q., Kong, D. S., Vijay P., 2017. "Response of vegetation to different time-scales drought across China: Spatiotemporal patterns, causes and implications", *Global and Planetary Change*. Elsevier, 152, pp. 1–11.

## Determining the most appropriate probability distribution function for calculate and compare the SPEI and SPI drought index in Tehran

Mohammad Hossein Jahangir<sup>\*1</sup>, Mahnaz Abolghasemi<sup>2</sup>

Received: 17/10/2018

Accepted: 14/04/2019

### Extended abstract

**Introduction:** The study of drought as a natural phenomenon that affects the lives of most people is very important. According to researchers in the field of drought, rainfall, temperature, evaporation, wind and relative humidity have been shown to play an important role in drought. The low variety of data required and the simplicity of calculating the SPI index led to its widespread use. The effect of increasing temperature in drought intensification is far more than the decrease in rainfall, which can confirm the effective role of temperature in strengthening or weakening of drought. Based on this, the SPEI index can be used as the appropriate index for determining the drought. In our hydrological studies, we try to fit the empirically measured data into a proper fitting function. And the best function that matches the data is chosen as the probability distribution function to derive the value of the variable for each probability.

This research seeks to find the best distribution function for the SPEI index at the stations studied in Tehran province and also compares the SPI and SPEI indices at different time intervals.

**Materials and methods:** In this research, monthly precipitation and temperature data were used for Shemiran, Abali, Mehrabad and Tehran stations in Tehran province in 2017-1987. After qualitative control and correction and completion of statistics, statistical analysis of precipitation, based on the standardized precipitation index (SPI) and statistical analysis and dispersion analysis, are based on the standardized precipitation evapotranspiration index (SPEI). The values of the SPEI index are calculated using four Fatigue life, Weibull (three parameters), Loglogestic and kumaraswamy functions. Relationships (1) and (2) and (3) and (4) are used to calculate various cumulative distribution functions in the SPEI of the index.

$$F(x) = \varphi\left(\frac{1}{\alpha} \left( \sqrt{\frac{x-\gamma}{\beta}} \right) \right) \quad \text{Fatigue life} \quad (1)$$

$$F(x) = \varphi\left(\frac{1}{\alpha} \left( -\sqrt{\frac{\beta}{x-\gamma}} \right) \right)$$

1 Assistant professor, Faculty of New Sciences and Technologies, University of Tehran

2 Msc. student of Ecohydrology, Faculty of New sciences and Technologies, University of Tehran;

Corresponding Author: mh.jahangir@ut.ac.ir

DOI: 10.22052/deej.2018.7.23.1



$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x - \gamma}{\beta}\right)^\alpha\right) \quad \text{Weibull} \quad (2)$$

$$F(x) = \left(1 + \left(\frac{\beta}{x - \gamma}\right)^\alpha\right)^{-1} \quad \text{Log logistic} \quad (3)$$

$$F(x) = 1 - (1 - Z^{\alpha_1})^{\alpha_2} \quad \text{kumaraswamy} \quad (4)$$

In order to investigate the most suitable distribution function compatible with Di, P-value comparison was performed based on Kolmogorov–Smirnov test. Also to check the compatibility of the two indexes, graphs were plotted 24,12,6,3,1 and 48 months. To find out the degree of compatibility, we used the absolute value graphs of Difference of Two Indices.

**Results:** The results of computing and comparing the SPI and SPEI index indicate that in general, all stations in a drought condition are largely consistent and only in short periods of this adaptation are confused. Also, in comparison to the severity of drought between the two indices, the SPI index shows a lower intensity of drought and it can generally be concluded that the SPEI index shows the dry weather in terms of severity. Also, this index shows the beginning of drought in shorter time intervals, which can be attributed to the sensitivity of the SPEI index to rainfall variations and to include the temperature parameter in this index. In the short intervals, two indicators have a better match, and in the long term (24-48 months), the two indicators do not fit well. Abali station displays the best fit with the least error in all time intervals. The reason for the suitability of the Abali standardized evapotranspiration index station to show the overlap between the two SPI and SPEI indicators is the maximum rainfall and the minimum temperature and minimum evapotranspiration between stations however, it can be concluded that the drought index is well-matched in wet weather conditions with low temperatures. The difference between the two indicators in the hardest case in 1997 was 0.63, which means that each year, when the standardized rainfall index is reduced, the Standardized Precipitation Evapotranspiration Index is also declining. It can be concluded that these two indicators are in good agreement at this time interval and one can estimate one with a mean error of  $\pm 0.209$  on the other consequently, reducing or increasing rainfall can directly affect the reduction and increase of evapotranspiration and temperature.

**Discussion and Conclusion:** In this research, it is assumed that, in addition to the spatial variation that causes changes in the statistical distribution, the annual variations of Di also confirm this hypothesis. So, in calculating droughts or other climate studies, this should be considered, since rainfall, evapotranspiration, and temperature vary in different seasons, and therefore, in terms of statistical distribution, they act differently, for example. The stations under study in Tehran province in the middle of June till the end of summer are followed by logistical distribution and in the middle of the warm year to late spring, more diverse statistical distributions are followed. The results showed that the behavior of both SPI and SPEI indicators in the monthly time intervals, especially in wet areas (Abali station), and in the 12-month period are very similar. It was also found that the two indicators did not match the annual time interval and that the same behavior of the two indicators could not be expected in the study of drought with annual data.

The severity of all drought events, especially the most severe droughts, has been higher by the SPEI index for all periods of time. This is due to the sensitivity of this index to precipitation variations. Although rain has a special role in the diversity of drought time, the effect of temperature is significant and increases the phenomenon of drought. Based on the results, standardized evapotranspiration index has high accuracy in addition to having the main advantages of the SPI index, such as multi-variability and the use of minimum parameters of meteorology.

**Keywords:** SPI index, SPEI index, Probability distribution function, Tehran province, Evapotranspiration.